

2.8 Nerovnomerný pohyb so stálym zrýchlením

Zopakujte si

1. Ktorým vzťahom vyjadrujeme okamžitú rýchlosť a okamžité zrýchlenie?
2. Kedy hovoríme o zrýchlenom a kedy o spomalenom pohybe?
3. Aký smer má okamžitá rýchlosť a okamžité zrýchlenie pri
 - a) priamočiarom zrýchlenom pohybe,
 - b) priamočiarom spomalenom pohybe?



Najjednoduchším nerovnomerným pohybom je **priamočiary zrýchlený pohyb so stálym zrýchlením**. Okamžité zrýchlenie takéhoto pohybu nemení v priebehu času svoju veľkosť ani smer, je konštantný vektor $a = \text{konšt.}$. Zrýchlenie má preto rovnakú veľkosť $|a|$ ako priemerné zrýchlenie.

Ak mala rýchlosť v čase t_0 hodnotu v_0 a v čase $t > t_0$ hodnotu v , veľkosť zrýchlenia a vypočítame zo vzťahu

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}, \quad \text{a pre } t_0 = 0 \text{ z jednoduchšieho vzťahu } a = \frac{v - v_0}{t}$$

Veľčinu v_0 nazývame **začiatočná rýchlosť**.

Podľa toho, či sa veľkosť rýchlosti pohybu s časom zväčšuje, alebo znižuje, rozlišujeme

rovnomerne zrýchlený pohyb pre $v - v_0 > 0$, $a > 0$,

rovnomerne spomalený pohyb pre $v - v_0 < 0$, $a < 0$.

Z jednoduchšieho vzťahu pre veľkosť zrýchlenia získame úpravou vzťahu, ktorý vyjadruje

závislosť veľkosti okamžitej rýchlosti od času

$$v = v_0 + at, \quad a = \text{konšt.}$$

Tento vzťah je z matematického hľadiska lineárnou funkciou. Preto môžeme povedať:

Keď sa hmotný bod pohybuje s konštantným zrýchlením, veľkosť rýchlosti je priamo úmerná času.

V prípade, keď teleso začne zväčšovať svoju rýchlosť v čase $t = 0$ z pokoja, závislosť veľkosti okamžitej rýchlosti od času je vyjadrená jednoduchým vzťahom

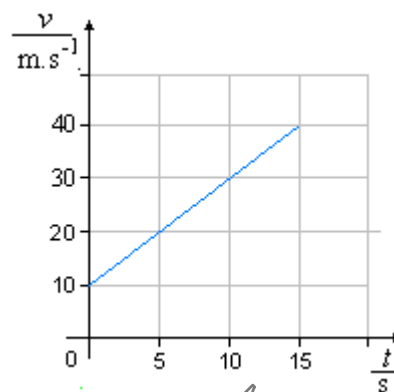
$$v = at$$

Pri pokusnom overovaní charakteru pohybu, napr. pomocou zariadenia na obr. 41, určujeme okamžitú rýchlosť v rôznom čase. **Ak je zmena veľkosti rýchlosti Δv za rovnaké časové intervaly Δt vždy rovnaká, môžeme konštatovať, že ide o pohyb so stálym zrýchlením**, teda o rovnomerne zrýchlený, alebo rovnomerne spomalený pohyb.

Príklad 1

Na obr. 47 je graf závislosti rýchlosti od času pri rovnomerne zrýchlenom pohybe.

- Určte z grafu hodnoty v , t , a zostavte ich do tabuľky.
- Určte hodnotu zrýchlenia a rozhodnite o charaktere daného pohybu.
- Akú hodnotu rýchlosti možno očakávať v čase 20 s, ak sa charakter pohybu nezmení?



Obr. 47. Graf závislosti rýchlosti od času.

Riešenie:

- Hodnoty času a okamžitej rýchlosti odčítané z grafu sú zapísané v tabuľke na obr.48..
- Hodnoty zrýchlenia vypočítame zo vzťahu

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \text{ do ktorého dosadíme napríklad hodnoty}$$

$\Delta v = 10 \text{ m/s}$ určené z tabuľky, pre časové intervaly $\Delta t = 5 \text{ s}$. Zrýchlenie má kladnú hodnotu 2 m.s^{-2} , pohyb je rovnomerne zrýchlený.

- Vzhľadom na lineárnu závislosť rýchlosti od času by hodnota rýchlosti v čase 20 s bola 50 m.s^{-1} .

t s	v m.s^{-1}	Δv m.s^{-1}	a m.s^{-2}
0	10		
5	20	10	2
10	30	10	2
15	40	10	2

Obr. 48 Hodnoty veličín určené z grafu na obr. 47

**Úloha 1**

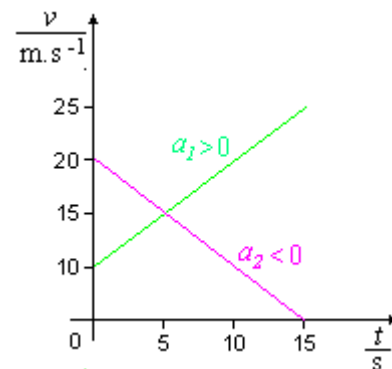
Znázornite v spoločnom grafe vzťah medzi veľkosťou rýchlosti a časom pre rovnomerne zrýchlený a pre rovnomerne spomalený pohyb, keď v oboch prípadoch je $|a| = 2 \text{ m.s}^{-2}$.

Úloha 2

Na obr. 49 je graf rýchlosti pre dva pohyby so stálym zrýchlením. Z grafu určte a) približné hodnoty zrýchlení a_1 , a_2 , b) času, v ktorom má rýchlosť oboch pohybov rovnakú veľkosť v , c) približnú hodnotu rýchlosti v .

Úloha 3

Nacrtnite spoločný graf znázorňujúci závislosť zrýchlenia pohybov z úlohy 2 od času.



Obr. 49 Graf rýchlosti k úlohe 2

Dráha pohybu so stálym zrýchlením

Na výpočet dráhy zrýchleného, alebo spomaleného pohybu môžeme použiť známe vzťahy $\Delta s = v \Delta t$, alebo $s = s_0 + vt$? Zdôvodnite svoju odpoveď.

Keď poznáme veľkosť priemernej rýchlosti v_p nerovnomerného pohybu, môžeme na výpočet dráhy s prejdenej za čas t použiť vzťah $s = v_p t$. Tento vzťah použijeme aj na výpočet dráhy, ktorú prejde hmotný bod za čas t od okamihu, keď mal rýchlosť v_0 a začal sa pohybovať so stálym zrýchlením s veľkosťou a .

Priemernú rýchlosť tohoto pohybu určíme takto:

Keďže veľkosť rýchlosti sa mení rovnomerne, môžeme priemernú rýchlosť v čase od t_0 do t určiť ako aritmetický priemer začiatočnej rýchlosti v_0 , a konečnej rýchlosti $v = v_0 + at$

$$v_p = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}$$

Po dosadení do vzťahu pre dráhu s potom dostávame

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Keď sa pohyb so stálym zrýchlením a začne z pokoja, t. j. keď $v_0 = 0$, rýchlosť za čas t nadobudne hodnotu $v = at$. Priemerná rýchlosť je $v_p = \frac{v}{2} = \frac{at}{2}$, a pre dráhu vychádza jednoduchší vzťah $s = \frac{1}{2} at^2$.

Všeobecný vzťah, ktorý vyjadruje závislosť dráhy od času pre pohyb so stálym zrýchlením zahŕňa aj začiatočnú dráhu s_0 , má tvar

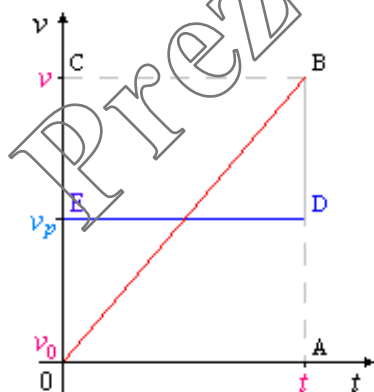
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Platí pre rovnomerne zrýchlený pohyb ($a > 0$) aj pre rovnomerne spomalený pohyb ($a < 0$).

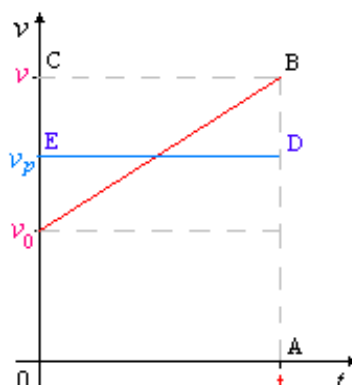
Výsledky, ku ktorým sme dospeli, si môžeme názorne overiť na grafoch rýchlosti. Na obr. 50 a na obr. 51 sú grafy pre rovnomerne zrýchlený pohyb s rýchlosťou $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$, alebo $v_0 > 0 \text{ m.s}^{-1}$.

Z grafov je zrejmé, že ak všetky okamžité hodnoty rýchlosti z daného intervalu doplníme na priemernú hodnotu v_p , môžeme rovnomerne zrýchlený pohyb nahradiť rovnomerným pohybom so stálou veľkosťou rýchlosti $v_p = \text{konšt.}$

Presvedčte sa, že a) veľkosti plôch obdĺžnikov OADE na jednotlivých grafoch sa rovnajú veľkostiam dráh rovnomerne zrýchleného pohybu, b) rovnaké závery platia aj pre rovnomerne spomalený pohyb.

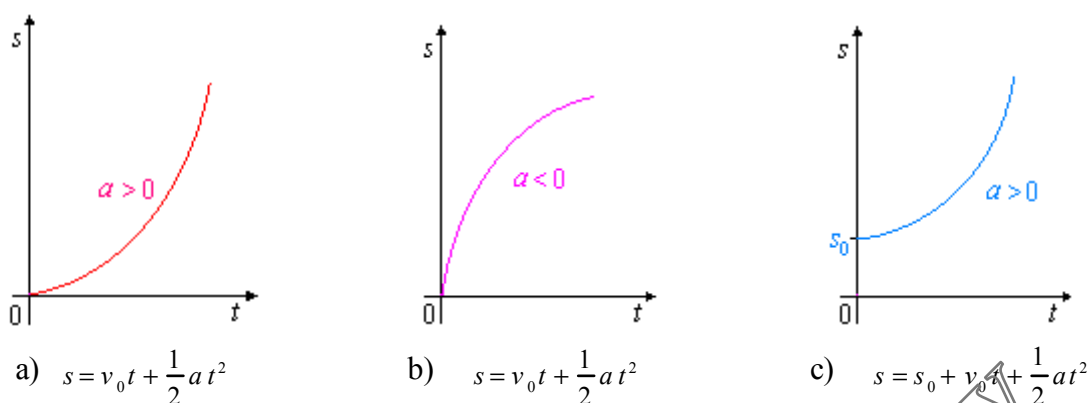


Obr. 50 Graf rýchlosti $v = at$



Obr. 51 Graf rýchlosti $v = v_0 + at$

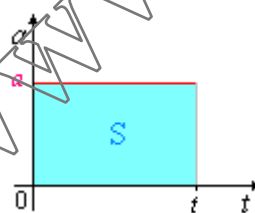
Na obr. 52 sú grafy, ktoré znázorňujú závislosť dráhy od času pre pohyb so stálym zrýchlením. Na zvislej osi je a) dráha rovnomerne zrýchleného pohybu, b) dráha rovnomerne spomaleného pohybu, c) dráha rovnomerne zrýchleného pohybu, ak je v čase $t_0 = 0$ začiatočná dráha $s_0 \neq 0$.



Obr. 52 Grafy dráhy pohybu so stálym zrýchlením

**Úloha 4**

Na obrázku je graf zrýchlenia $a = \text{konšt.}$ pre čas z intervalu $< 0s, t >$. Overte, aký fyzikálny význam má plocha S pod týmto grafom.



Obrázok k úlohe 4.

Úloha 5

Automobil získal rovnomerne zrýchleným pohybom za 15 sekúnd od začiatku pohybu rýchlosť 100 km.h^{-1} . S akým zrýchlením sa pohyboval?

Úloha 6

Zostrojte graf rýchlosti auta z 5. úlohy v čase od 15 s do 20 s.

Úloha 7

Motocykel má rýchlosť 90 km.h^{-1} . Za aký čas sa zastaví, keď brzdí so stálym zrýchlením 3 m.s^{-2} ?

Úloha 8

Zostrojte graf rýchlosti a graf dráhy pre pohyb motocykla z úlohy 7.

Úloha 9

Lietadlo má rýchlosť 300 m.s^{-1} . Akú dráhu prejde a akú rýchlosť získa za 1minútu, ak sa pohybuje a) rovnomerne zrýchlene, b) rovnomerne spomalene, so zrýchlením $|a| = \text{m.s}^{-2}$.

Úloha 10

Auto A sa od štartovacej čiar pohybuje rovnomerne priamočiarmo rýchlosťou 72 km.h^{-1} . Po 5 minútach za ním z rovnakého miesta a z pokoja odštartuje auto B. Pohybuje sa so stálym zrýchlením 2 m.s^{-2} .

a) Za aký čas budú autá A, B na jednej úrovni, b) akú budú mať v čase stretnutia rýchlosť, c) akú dráhu prešli od miesta štartu do miesta stretnutia?

Úlohu riešte aj graficky.

**Otázky a úlohy**

1. Charakterizujte rovnomerne zrýchlený a rovnomerne spomalený priamočiary pohyb.
2. Opíšte spôsob merania, ktorým môžeme určiť priemerné zrýchlenie.
3. Ako závisí veľkosť okamžitej rýchlosti od času pri pohybe so stálym zrýchlením?
4. Porovnajme veľkosť priemerného a okamžitého zrýchlenia pohybu, pre ktorý je $|a| = \text{konšt.}$
5. Načrtnite graf rýchlosti pre pohyb a) rovnomerne zrýchlený, b) rovnomerne spomalený.
6. Ako určíme z grafov rýchlosti veľkosť zrýchlenia?
7. Čím sa odlišujú grafy rýchlosti s rozdielnou veľkosťou zrýchlenia priamočiareho pohybu?
8. Ako vypočítame priemernú rýchlosť pre pohyb so stálym zrýchlením?
9. Napíšte vzťahy pre dráhu pohybu so stálym zrýchlením.
10. Načrtnite grafy dráhy pre a) rovnomerne zrýchlený pohyb, b) rovnomerne spomalený pohyb.