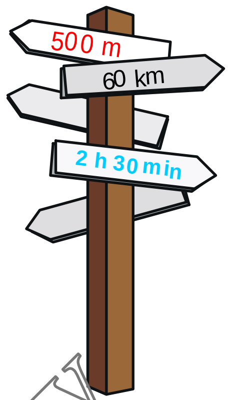
2.4 Vektorové a skalárne fyzikálne veličiny

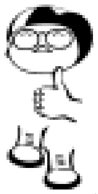


Zopakujte si

1. Aký je rozdiel medzi trajektóriou a dráhou?
2. Ako znázorňujeme graficky zmenu polohy hmotného bodu?
3. Prečo je poloha hmotných bodov a tvar trajektórie relatívny?

V stati 2.3. sme na vyjadrenie zmeny polohy, napr. z bodu A do bodu B, použili orientovanú úsečku $\boldsymbol{d}$ ohraničenú bodmi A, B. Táto úsečka má **veľkosť**, ktorá sa rovná dĺžke priamej spojnice $d = |\boldsymbol{d}|$ bodov A, B a **smer,** ktorý je určený orientáciou úsečky, napr. od A k B.

Veľkosť vyjadrujeme číselnou hodnotou v zvolených dĺžkových jednotkách. Úsečka $\boldsymbol{d}$ tak zobrazuje fyzikálnu veličinu, ktorou vyjadrujeme zmenu polohy hmotného bodu.



Fyzikálne veličiny, ktoré sú úplne určené svojou *veľkosťou a smerom* nazývame **vektorové fyzikálne veličiny**, alebo **vektory**.

Medzi vektorové fyzikálne veličiny patrí napr. sila, rýchlosť a ďalšie. Vektor znázorňujeme

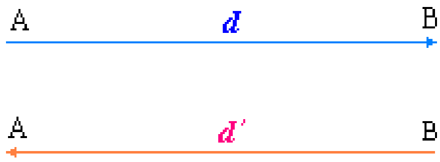
symbolicky - hrubšie vytlačeným písmenom, napr. $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{F}$, alebo v písanom texte písmenom so šipkou, napr. $\vec{d}$, $\vec{F}$,

geometricky - orientovanou úsečkou, ktorej dĺžka znázorňuje ***veľkosť*** vektora, orientácia úsečky (šipka) znázorňuje jeho ***smer*** a začiatočný bod úsečky určuje ***umiestnenie*** vektora. Priamka prechádzajúca začiatočným a koncovým bodom vektora je ***vektorová priamka***.

Vektory $\boldsymbol{d}$ a $\boldsymbol{d}'$ na obr. 19 majú rovnakú veľkosť, ich smer je však opačný. Sú to rovnako veľké, navzájom **opačné vektory**. Zapisujeme to výrazom

$$\boldsymbol{d}' = -\boldsymbol{d},$$

$$\text{pričom} \quad |\boldsymbol{d}'| = |\boldsymbol{d}| = d$$



Obr. 19 Navzájom opačné vektory $\boldsymbol{d}$ a $\boldsymbol{d}'$

Niektoré fyzikálne veličiny, ako čas, hmotnosť, objem, hustota a i., na rozdiel od vektorov, nemajú smer. Určené sú úplne svojou veľkosťou a jednotkou.

Fyzikálne veličiny, ktoré sú úplne určené svojou veľkosťou a jednotkou nazývame **skalárne fyzikálne veličiny,** alebo **skaláry.**

Skaláry symbolicky označujeme v tlačenom aj v písanom texte písmenami bez šipky, napr. t, m, V, ρ. Geometrickým obrazom skalára je úsečka. Jej dĺžka je úmerná veľkosti skalárnej veličiny v zvolených jednotkách. Číselná hodnota skalára je vždy kladná, lebo dĺžku úsečky vyjadrujeme kladným číslom. **Veľkosť vektora je skalár**.

S vektormi môžeme robiť niektoré geometrické aj výpočtové operácie. Ukážeme si ich na príklade vektora $\boldsymbol{d}$ vyjadrujúceho zmenu polohy hmotného bodu.

Zamyslite sa znova nad situáciou na obr.18. Uvedomte si, že zmenu polohy zo začiatočného bodu A do konečného bodu E vyjadrenú vektorom $\boldsymbol{d}$, môžeme uskutočniť ľubovoľným počtom N zmien, daných vektormi $\boldsymbol{d}_1$, $\boldsymbol{d}_2$, . . . , $\boldsymbol{d}_N$ rôznej veľkosti a smeru. Tieto zmeny by sa mohli uskutočniť postupne v ľubovoľnom poradí, alebo aj súčasne. Výsledkom je v obidvoch prípadoch rovnaká výsledná zmena polohy z bodu A do E, daná vektorom $\boldsymbol{d}$.

Rovnakú úvahu môžeme urobiť pre ľubovoľné vektory rovnakého druhu, napr. pre niekoľko síl rôznej veľkosti a smeru, ktoré pôsobia v tom istom bode telesa, a uvažovať o výslednej sile. Uvedené úvahy vedú k pravidlám o *sčítaní (skladaní)* vektorov.

Sčítanie vektorov $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, . . . , $\boldsymbol{a}_N$ rovnakého druhu vyjadrujeme ako *vektorový súčet*

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 + \dots + \boldsymbol{a}_N$$

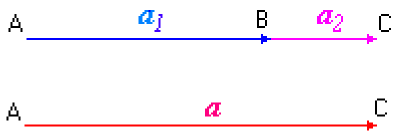
Vektor $\boldsymbol{a}$ je ***výslednicou*** vektorového súčtu vektorov, tzv. *zložiek.*

Veľkosť a smer výslednice vektorového súčtu nájdeme geometricky tzv. skladaním vektorov. Ukážeme to najprv na príklade skladania dvoch vektorov $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ s rôznou veľkosťou $a_1 > a_2$. Ich smery zvolíme rovnaké (obr. 20), alebo navzájom opačné (obr. 21). V druhom prípade k vektoru $\boldsymbol{a}_1$ pripočítame vektor $\boldsymbol{a}_2' = -\boldsymbol{a}_2$, t.j.vektor opačný k vektoru $\boldsymbol{a}_2$.

Postup

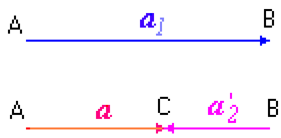
1. Zvolíme východiskový bod, umiestnime doň začiatočný bod A prvého vektora a zostrojíme prvý vektor.
2. Zostrojíme druhý vektor, ktorého začiatok je v koncovom bode B prvého vektora.
3. Zostrojíme výslednicu ako vektor, ktorý má začiatok v bode A a koniec v koncovom bode C druhého vektora.

("*Zostrojiť vektor*" znamená zostrojiť orientovanú úsečku, ktorá je geometrickým obrazom daného vektora.)



$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2\ , \qquad a = a_1 + a_2$$

Obr. 20 Súčet dvoch vektorov rovnakého smeru



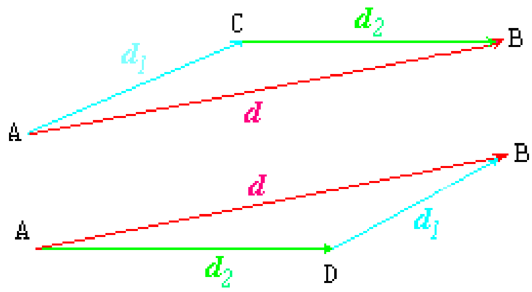
$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + (-\boldsymbol{a}_2)\ , \qquad a = |a_1 - a_2|$$

Obr. 21 Súčet dvoch vektorov opačného smeru

Úloha 1

Na obr. 22 je vektormi $\boldsymbol{d}_1$, $\boldsymbol{d}_2$ znázornená zmena polohy hmotného bodu z miesta A do B ako výsledok dvoch zmien, uskutočnených v rôznom poradí. Rozhodnite:

a) Ktorý z vyznačených vektorov je výslednicou ?
b) Ako závisí veľkosť a smer výslednice od poradia skladania vektorov $\boldsymbol{d}_1$, $\boldsymbol{d}_2$?



Obr. 22 Skladanie dvoch vektorov rôzneho smeru

Úloha 2

a) Hmotný bod je umiestnený v bode A. Určte polohu bodu B, do ktorého sa hmotný bod premiestni, keď vykoná dve postupné zmeny polohy, určené navzájom kolmými vektormi $\boldsymbol{d}_1$ a $\boldsymbol{d}_2$.
b) Presvedčte sa, že veľkosť a smer výslednice $\boldsymbol{d}$ nezávisí od poradia skladania zložiek $\boldsymbol{d}_1$ a $\boldsymbol{d}_2$.
c) Dokážte, že pre veľkosť d výslednice platí vzťah

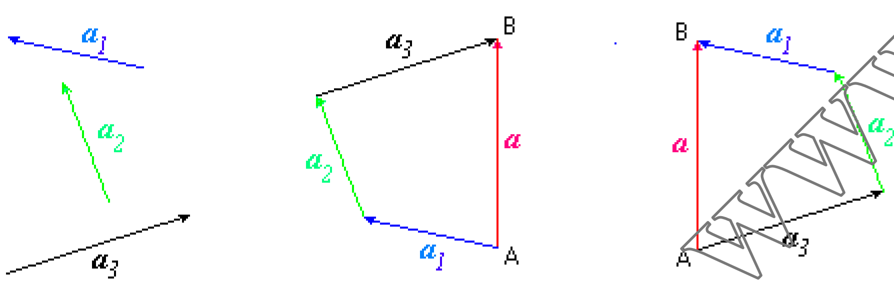
$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

Získané poznatky o skladaní vektorov môžeme zovšeobecniť do praktických pravidiel, ktoré platia pre ľubovoľný počet vektorov (*zložiek*) rovnakého druhu.

Pravidlo vektorového mnohouholníka

Výslednicu $\boldsymbol{a}$ ľubovoľného počtu N vektorov zostrojíme, keď jednotlivé zložky $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_N$, usporiadame a zložíme v ľubovoľnom poradí, pričom zachováme ich veľkosť a smer. Výslednica má smer spojnice začiatočného bodu A s koncovým bodom B posledného vektora.

Na obr.23 je znázornené skladanie troch vektorov $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$, v rôznom usporiadaní. Veľkosť a smer výslednice $\boldsymbol{a}$ nezávisí od poradia, v ktorom zložky skladáme.



Obr. 23 Skladanie vektorov metódou vektorového mnohouholníka

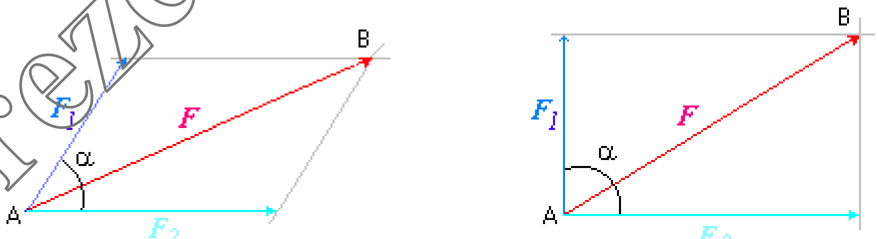
$\boldsymbol{d} = ?$ $\boldsymbol{d}_1$

Z obr. 22 vyplýva aj ďalšie pravidlo pre skladanie dvoch vektorov.

Pravidlo vektorového rovnobežníka

Výslednicu $\boldsymbol{a}$ dvoch vektorov $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ zostrojíme ako orientovanú uhlopriečku vektorového rovnobežníka, ktorého strany majú veľkosť a smer jednotlivých zložiek.

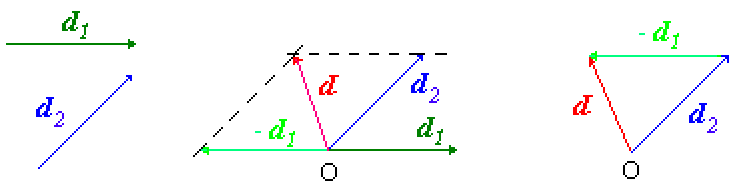
Na obr.24. je znázornené skladanie dvoch síl $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, ktoré majú spoločné pôsobisko v bode A:



Obr. 24 Skladanie dvoch síl metódou vektorového rovnobežníka

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$ $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

Na obr.25 je znázornený postup pri zostrojení výslednice vektorového rozdielu $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d}_2 - \boldsymbol{d}_1$, ktorý chápeme ako súčet $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d}_2 + (-\boldsymbol{d}_1)$.



Opačnou úlohou k skladaniu vektorov je **rozklad vektora na zložky**. Úlohou je nájsť také zložky, ktorých skladaním získame daný vektor. Aby sme mohli zložky daného posunutia jednoznačne určiť, musí byť zadaný ich počet a príslušné smery.

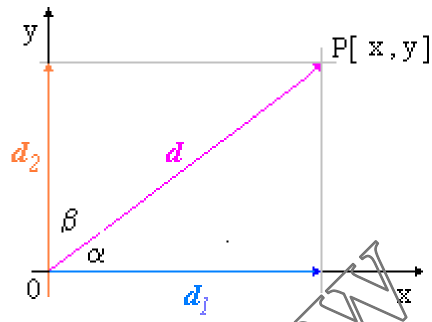
Príklad

Hmotný bod zmenil svoju polohu zo začiatku O súradnicovej sústavy Oxy do bodu P. Táto zmena je určená vektorom $\boldsymbol{d}$ (obr. 26). Bod P má súradnice x > 0 a y > 0. Určte zložky vektora $\boldsymbol{d}$, ktoré majú smer súradnicových osí.

Riešenie:

Zložky $\boldsymbol{d}_1, \boldsymbol{d}_2$ vektora $\boldsymbol{d}$ majú veľkosť súradníc *x, y* bodu P. Sú to **súradnice vektora** $\boldsymbol{d}$. Pritom platí

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d}_1 + \boldsymbol{d}_2, \qquad d_1 = d\cos\alpha, \qquad d_2 = d\cos\beta.$$



Obr. 26. Určenie zložiek vektora

Doplňte si vedomosti

1. Treba rozlišovať medzi vektorom ako fyzikálnou veličinou a jej grafickým obrazom - orientovanou úsečkou.
2. Keď vynásobíme skalár reálnym číslom $k \neq 0$, súčin je skalár rovnakého druhu. Jeho veľkosť je k-násobkom veľkosti pôvodného skalára.
3. Keď vynásobíme vektor reálnym číslom $k \neq 0$, súčin je vektor rovnakého druhu. Jeho veľkosť je k-násobkom veľkosti pôvodného vektora. Smer vektora sa po jeho násobení reálnym číslom k >0 zmení na opačný.
4. Po delení vektora reálnym číslom $k \neq 0$ dostávame vektor rovnakého druhu. Jeho veľkosť je $\frac{1}{k}$ - násobkom veľkosti pôvodného vektora. Pri delení vektora reálnym číslom k < 0 sa smer vektora zmení na opačný.

Úloha 3

Zostrojte a označte vektory zmeny polohy s veľkosťami d_1 = 5 cm a $d_2 = k\,d_1$, pre $k = 2$ a pre $k = -3$.

Úloha 4

Zostrojte vektory dvoch síl s veľkosťami F_1 = 100 N a F_2 = 250 N, ktoré sú navzájom kolmé. Určte graficky aj výpočtom výslednicu týchto síl, ak pôsobia v tom istom bode.

Úloha 5

Tri vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$, majú rovnakú veľkosť, zvierajú navzájom uhol 120° a sú umiestnené v spoločnom bode O. Nájdite graficky aj výpočtom veľkosť a smer ich výslednice $\boldsymbol{a}$.

Úloha 6

Nakreslite vektor $\boldsymbol{v}$, ktorý je vektorovým rozdielom $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$ navzájom kolmých vektorov rovnakej veľkosti.

Úloha 7

Sila $\boldsymbol{F}$ má veľkosť 5 kN. Určte graficky aj výpočtom veľkosti F_1, F_2 zložiek tejto sily, v dvoch smeroch daných polpriamkami *p, q*. Sila $\boldsymbol{F}$ zviera s polpriamkou *p* uhol 45° a s polpriamkou *q* uhol 60°.

Otázky a úlohy

1. Ktoré spoločné vlastnosti majú rôzne *vektorové fyzikálne veličiny* (vektory)?
2. Ako označujeme *vektory* a ako ich znázorňujeme graficky ?
3. Ktoré spoločné vlastnosti majú rôzne *skalárne fyzikálne veličiny* (skaláry)?
4. Akými *symbolmi* označujeme skaláry a ako ich znázorňujeme graficky?
5. Čo rozumieme pod *skladaním vektorov*?
6. Uveďte *pravidlá pre skladanie vektorov.*
7. Zostrojte vektor, ktorý je výslednicou *vektorového súčtu* a *vektorového rozdi*elu dvoch vektorov.
8. Čo rozumieme pod *rozkladom vektora na zložky*?
9. Prečo nie je úloha o rozkladaní vektora na zložky jednoznačná?
10. Aký je výsledok násobenia, alebo delenia vektora kladným, alebo záporným reálnym číslom?