

## 2.3 Trajektória a dráha hmotného bodu

Mechanika umožňuje teoretický opis širokého okruhu fyzikálnych javov, a opiera sa o ňu aj technická prax. V tejto kapitole sa začneme oboznamovať so základmi tej časti mechaniky, ktorú sme nazvali kinematika. Pri jej štúdiu si uvedomíte, akým dôležitým vyjadrovacím prostriedkom vo fyzike je matematika. Venujte preto svoju pozornosť aj tomu, aby ste sa naučili matematický jazyk dobre ovládať a svoje vedomosti z matematiky vo fyzike využívať.



Základnou úlohou kinematiky je určenie polohy hmotného bodu v ľubovoľnom čase. Pri kinematickom opise pohybu telies neprihliadame na ich vzájomné pôsobenie. Preto o hmotnosti v kinematike neuvažujeme.

Aby naše ďalšie úvahy boli názorné, budeme v tejto kapitole vychádzať zo situácie, ktorú si dokáže každý dobre predstaviť.

Na veľkej rovnej ploche získavajú účastníci vodičského kurzu skúsenosti v riadení auta. Jazdia pritom v rôznych smeroch, obchádzajú prekážky, zrýchľujú, spomaľujú, cúvajú a niekedy svoje auto zastavia. Ak by sme sledovali pohyb jedného auta s cieľom opísať jeho pohyb čo najjednoduchšie, stačilo by opísať pohyb niektorého bodu spojeného s týmto autom. Preto pri určovaní polohy nahradíme auto jeho modelom - hmotným bodom.

1. Auto je v pokoji. Ako by sme určili jeho polohu vo vzťažnej sústave spojennej so zemou?
2. Môžeme rovnakým spôsobom určovať polohu auta, ktoré sa pohybuje?



Zmena polohy súvisí s časom. Ak sa hmotný bod pohybuje, jeho súradnice sa v priebehu času menia. **Súradnice polohy závisia od času.**



Množina bodov, ktorými hmotný bod počas svojho pohybu prechádza je geometrická čiara, ktorú nazývame **trajektória**.

Tvar trajektórie ako čiary môže byť rôzny. Podľa tvaru trajektórie rozlišujeme **krivočiarý pohyb** a **priamočiarý pohyb**.

Dĺžka trajektórie, ktorú prejde hmotný bod za istý čas  $t$  je fyzikálna veličina **dráha**. Označujeme ju písmenom  $s$ . Jednotka dráhy v SI je  $[s] = m$ , meter.

Čas medzi dvoma časovými okamihmi  $t_1$ ,  $t_2 > t_1$ , nazývame **časový interval**. Označujeme ho symbolom  $\Delta t$  (čítaj *delta té*), a vyjadrujeme ako rozdiel

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Dráhu, ktorú hmotným bod prejde za čas  $\Delta t$  označujeme symbolom  $\Delta s$ .

Ak sa v priebehu zmeny niektorej fyzikálnej veličiny, napr. času  $t$ , zákonite mení niektorá iná veličina, napr. súradnica  $x$ , hovoríme, že medzi týmito veličinami je **funkčný vzťah**. Znamená to, že v danom prípade každému časovému okamihu  $t$ , môžeme priradiť určitú hodnotu  $x$  súradnice.

Zapisujeme to symbolicky výrazom  $x = x(t)$ , a čítame „súradnica  $x$  závisí od času“, alebo „súradnica  $x$  je funkciou času“. Veličiny  $x$  a  $t$  sú **premenné veličiny**.

Pri určovaní polohy hmotného bodu v rovine  $xy$  môžeme čas  $t$ , v ktorom určujeme jeho súradnice, zvoliť ľubovoľne. Čas je **nezavisle premenná veličina**. Prítom sa súradnice  $x, y$  môžu v priebehu času meniť. Keďže závisia od času, nazývame ich **závisle premenné veličiny**. Ak sa niektorá zo súradníc, napr. súradnica  $y$ , v priebehu času nemení, hovoríme že je **konštantná**. Zapišeme to výrazom  $y = \text{konšt.}$



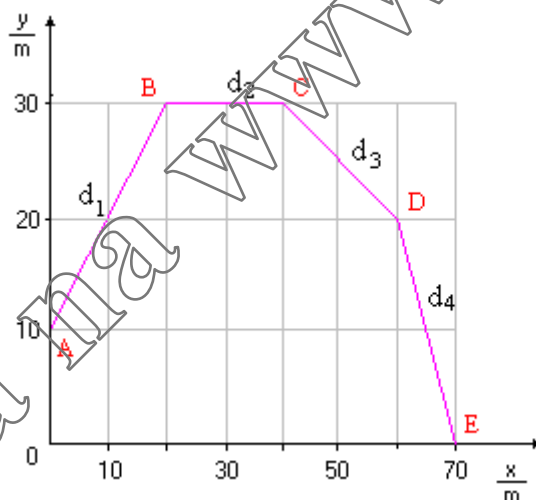
### Úloha 1

Pre účastníkov autoškoly sú na rovinatej ploche v bodoch A až E rozostavené orientačné značky. Znázorníte v súradnicovej sústave Oxy polohu týchto bodov, keď ich súradnice sú A [0 m, 10 m], B[20 m, 30 m], C[40 m, 30m], D[60 m, 20 m], E[70 m, 0 m].

Predpokladajme, že auto, ktoré nahradíme hmotným bodom, sa premiestňovalo podľa úlohy 1 od jednej značky k druhej po ich priamej spojnici v abecednom poradí. V čase  $t = 0$  prechádzalo bodom A. Na obr. 15 je **tabuľka** hodnôt súradníc auta a času, v ktorom prechádzalo jednotlivými bodmi. Na obr.16. je **graf** znázorňujúci predpokladaný pohyb auta v súradnicovej sústave Oxy.

k	$\frac{t}{s}$	$\frac{x_k}{m}$	$\frac{y_k}{m}$
0	0	0	10
1	6	20	30
2	10	40	30
3	14	60	20
4	18	70	0

Obr. 15 Tabuľka hodnôt času a súradníc polohy auta



Obr. 16 Graf zmien polohy auta v rovine xy

### Úloha 2

Pomocou tabuľky na obr. 15 určte čas, za ktorý sa auto premiestnilo medzi ľubovoľnou dvojicou značiek.

### Úloha 3

Pomocou grafu na obr.16 vypočítajte hodnoty časových intervalov pre pohyb auta medzi jednotlivými bodmi v abecednom poradí od A k E tak, že ich vyjadrite ako rozdiely hodnôt  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ ,  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ ,  $\Delta t_3 = t_3 - t_2$ ,  $\Delta t_4 = t_4 - t_3$ .

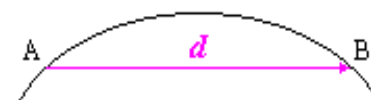
Na vyjadrenie zmeny ľubovoľnej veličiny budeme používať rovnaký symbol  $\Delta$ , aký sme použili pre časový interval. Zmeny súradníc polohy auta potom môžeme zapísať ako rozdiely

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0, \quad \Delta y_1 = y_1 - y_0, \text{ atď.}$$

### Úloha 4

Pomocou tabuľky na obr. 15, alebo grafu na obr. 16 vypočítajte a zapíšte hodnoty zmien súradníc polohy auta zodpovedajúce vypočítaným časovým intervalom. V ktorom čase bola niektorá zo súradníc polohy auta konštantná?

Zmenu polohy hmotného bodu môžeme vyjadriť aj orientovanou úsečkou, ktorá spája jeho začiatočnú a koncovú polohu. Na obr. 17 je vyznačená zmena polohy z bodu A do bodu B trajektórie úsečkou  $d$ , orientovanou od bodu A k bodu B. Dĺžka  $d = |d|$  úsečky AB znázorňuje v zvolenej mierke **vdialenosť bodov A, B**.



Obr. 17 Zmena polohy z bodu A do B

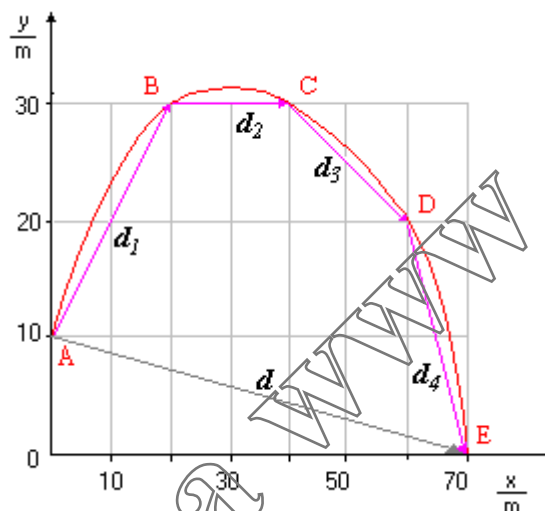
Dĺžky  $d_1, d_2, d_3, d_4$  úsečiek na obr. 16 znázorňujú v zvolenej mierke veľkosti jednotlivých zmien polohy pozorovaného auta. Úsečky s vyznačenou orientáciou sú na obr. 18.

Možno ste už skôr namietali, že automobil sa v skutočnosti nemôže pohybovať od značky ku značke tak, ako sme uvažovali. Aby sme sa priblížili k skutočnosti, môžeme predpokladať, že auto počas svojho pohybu prechádzalo vyznačenými bodmi po krivke, ktorá je na obr. 18. znázornená v súradnicovej sústave Oxy.

Z obr. 18 môžeme usúdiť, že pohyb auta (bodu) po vyznačenej trajektórii medzi bodmi A, E, vedie teoreticky k rovnakej konečnej polohe, ako jeho postupné priamočiare premiestňovanie, určené orientovanými úsečkami  $d_1, d_2, d_3, d_4$ .

Z uvedeného vyplýva, že zmenu polohy hmotného bodu medzi dvoma bodmi trajektórie, určenú jedinou orientovanou úsečkou  $d$ , môžeme nahradiť ľubovoľným počtom  $N$  zmien polohy, daných úsečkami  $d_1, d_2, \dots, d_N$ .

Pohyb po vyznačenej trajektórii si môžeme predstaviť ako výsledok dostatočne veľkého počtu postupných priamočiarych pohybov medzi jej jednotlivými bodmi.



Obr. 18 Trajektória hmotného bodu

Tvar trajektórie závisí od toho, z akého miesta pohyb pozorujeme. Priama trajektória auta z hľadiska diváka stojaceho na zemi, nie je priama z hľadiska vodiča iného auta, ktorý koná vzhľadom na zem krivočiary pohyb. Isté si viete predstaviť zložitosť tvaru trajektórie týchto áut z hľadiska vzťažnej sústavy, ktorú by sme spojili s poletujúcim motýľom....

Poloha hmotného bodu závisí od voľby vzťažnej sústavy, preto tvar trajektórie je relatívny.



### Otázky a úlohy

1. Vysvetlite pojem *trajektória*.
2. Aké druhy pohybu rozlišujeme podľa tvaru trajektórie?
3. Čo je *dráha* a akú má jednotku?
4. Napíšte, ako vyjadrujeme *časový interval* a *dráhu* prejdenu za tento čas.
5. V ktorom prípade závisia *súradnice polohy* od času?
6. Zapište, že niektorá súradnica polohy a) *závisí od času*, b) *je konštantná*.
7. Ktoré fyzikálne veličiny nazývame a) *nezávisle premenné*, b) *závisle premenné*?
8. Znázornite graficky zmenu polohy hmotného bodu medzi dvoma bodmi jeho trajektórie.
9. Zdôvodnite, prečo je tvar trajektórie relatívny.