Projekt KEGA
Vyučovanie fyziky programovaním modelov fyzikálnych javov a pomocou interaktívneho softvéru

Teória relativity s príkladmi

Učebný text

Jozef Hanč
Slavomír Tuleja

Košice 2008

Autori: RNDr. Jozef Hanč, PhD.
RNDr. Slavomír Tuleja, PhD.

Preprint 2008 (LaTeX verzia)

Moderné informačno-komunikačné technológie a status preprintu tejto publikácie nám dovoľuje obrátiť sa s prosbou na našich kolegov, spolupracovníkov v oblasti didaktiky fyziky a nielen v nej o zaslanie svojich komentárov a názorov, resp. upozornení na zistené chyby a nedostatky.

Na základe tejto širšej spätnej väzby bude možné v časovom horizonte jeden rok a za nižších nákladov pripraviť, resp. rozšíriť tento preprint do akceptovatelnejšej a kvalitnejšej formy a obsahu v porovnaní so štandardným publikovaním. Informácie o presnom dátume prvého vydania žiadajte na emailovej adrese <jozef.hanc@upjs.sk>.

Prírodovedecká fakulta
Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice

Táto publikácia vznikla s prispením grantovej agentúry MŠ SR KEGA v rámci projektu 3/3005/05 *Vyučovanie fyziky programovaním modelov fyzikálnych javov a pomocou interaktívneho softvéru.*

Obsah

Úvod

Špeciálna teória relativity (ŠTR) vznikla na začiatku 20. storočia a podobne ako kvantová fyzika patrí v súčasnosti k pilierom modernej fyziky. Na rozdiel od kvantovej fyziky je v podstate dielom jediného muža. Jej základy v roku 1905 totiž publikoval v jednom z prestížnych fyzikálnych časopisov vtedajšej doby Albert Einstein, vtedy neznámy 26-ročný mladík a úradník z patentového úradu vo švajčiarskom Berne.

ŠTR sa zaoberá popisom pohybu a energie hmotných objektov a žiarenia. Priniesla nový a revolučný pohľad na čas a priestor. Dovoľuje nám úspešne popísať nielen pohyb objektov vôkol nás pohybujúcich sa „bežnými rýchlosťami“, zlomkami rýchlosti svetla, ale aj rýchlosťami blízkymi rýchlosti svetla, kde, ako ukazujú experimenty, newtonovská klasická fyzika a predovšetkým naša intuícia zlyháva.

Slovo *špeciálna* v názve ŠTR nám signalizuje, že sa zaoberáme špeciálnym prípadom teórie relativity, v ktorom *neuvažujeme* prítomnosť gravitácie[1]. Albert Einstein je aj tvorcom tzv. všeobecnej teórie relativity, ktorá dovoľuje analyzovať pohyb objektov a svetla aj v prítomnosti veľmi hmotných objektov.

Na zvládnutie základných myšlienok ŠTR, ktorými sa budeme v tejto celej kapitole zaoberať, potrebujete vedieť len matematiku základnej školy. Ak chápete a viete používať odmocniny a Pytagorovu vetu, ste plne kvalifikovaní zvládnuť použitý matematický aparát ŠTR. Napriek tomu panuje všeobecný názor, že špeciálna teória relativity je obtiažny a náročný predmet štúdia. Obtiažnosť tejto teórie spočíva v tom, že nemáme žiadnu priamu, hmatateľnú skúsenosť s objektmi pohybujúcimi sa rýchlosťami omnoho väčšími ako je zlomok rýchlosti svetla. Nedostatok našich skúseností potom spôsobuje, že dôsledky ŠTR pre pohybujúce sa objekty, čas a priestor nám pripadajú ako mimoriadne čudné, výstredné a nepochopiteľné - „proti zdravému rozumu“. S týmito ťažkosťami nezápasí len študent začiatočník, ale aj profesionál. Nezvyčajný ráz predpovedí špeciálnej teórie relativity však na druhej strane poskytuje možnosť oveľa zaujímavejšieho a zábavnejšieho štúdia.

[1]Presnejšie popisuje pohyb len v tzv. inerciálnych sústavách. Tento pojem nájdete vysvetlený v ďalšom texte kapitoly.

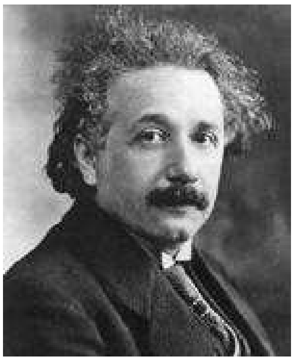
Príklad: Meškajúce stopky
ŠTR tvrdí, že okolitý svet vnímate inak, ak ste v pohybujúcom sa aute, či lietadle, ako keď sedíte na nehybnej stoličke v záhrade. Predstavte si, že sedíte v športovom aute, na ruke máte presné hodinky. Ženiete sa nepovolenou rýchlosťou 180 km/h (50 m/s) po diaľnici. Po prejdení 500 metrového úseku prirodzene predpokladáte, že vám to trvalo 10 sekúnd. Dokonca vám to potvrdzuje aj dvojica naraz spustených hodín, pričom jedny boli na štarte a druhé vás čakali v cieli. Lenže vaše presné hodinky na ruke ukazujú „len“ $9,999\,999\,999\,999\,86$ sekundy, teda o 0,00014 nanosekundy menej. Poviete si: môže to byť kľudne spôsobené experimentálnou chybou! Lenže tento rozdiel zostane na akýchkoľvek presných hodinkách a pri akomkoľvek presnom meraní. Rozdiel totiž nesúvisí s meraním, ale so samotnou povahou času, ktorú signalizuje ŠTR. Taký miniatúrny rozdiel však bežne nedokážeme registrovať, takže každodenná skúsenosť nám hovorí, že čas beží rovnako v aute aj mimo neho. Keby sme však zväčšovali rýchlosť auta, rozdiel časov by sa stal zreteľnejším. Napr. ak by sme šli v hypotetickej rakete pohybujúcej sa rýchlosťou rovnou polovici rýchlosti svetla, tak by hodiny v aute ukazovali 8,66 sekundy a v prípade 0,9 násobku rýchlosti svetla, by to bolo dokonca len 4,36 s.

V súčasnosti je ŠTR neodmysliteľnou súčasťou popisu pohybu a zrážok elementárnych častíc v gigantických urýchľovačoch, t. j. vo fyzike elementárnych častíc, ale aj pri plánovaní kozmických letov. Fyzici ju potrebujú pri popise premeny energie v jadrových procesoch prebiehajúcich napr. v jadrovej elektrárni alebo pri výbuchu atómovej bomby. Počas „storočného dozrievania“ ŠTR a s pokrokom techniky, sa ŠTR začína čoraz viac využívať nielen v týchto pre nás exotických oblastiach, ale aj v oblastiach značne bližších bežnému životu. Dnes je možné napr. bez problémov zakúpiť si prístroj GPS, ktorého fungovanie je postavené aj na ŠTR (a na všeobecnej teórii relativity). Môže sa vám taktiež stať, že vás lekár pošle na vyšetrenie pozitrónovou emisnou tomografiou (PET),[2] atď. Ukazuje sa ŠTR kladie určité obmedzenia aj pre konštrukciu dnešných osobných počítačov, či elektroniky, s ktorými sa stretávame takmer všade.

Historická poznámka:[3]
Rok 1905 bol pre samotného Alberta Einsteina (obr. 1), ale aj fyzikálnu komunitu, zázračným rokom. Behom šiestich mesiacov tento dvadsaťšestročný človek rozuzlil klbko protirečení vtedajšej fyziky. V marci 1905 formuluje hypotézu kvánt svetla—neskôr nazvaných fotóny. V júni 1905 vo svojej práci „*K elektrodynamike pohybujúcich sa telies.*“ publikuje základy špeciálnej teórie relativity, čím zrovnoprávni mechaniku s elektromagnetizmom. V septembri 1905 pridáva k relativite najslávnejší dodatok obsahujúci najznámejšiu rovnicu fyziky $E = mc^2$ aj s

[2] O GPS a PET je viac napísané v novej učebnici fyziky pre 4. ročník v stati o fyzike mikrosveta.

[3] Údaje čerpané zo starej učebnice fyziky pre 4. ročník.



Obr. 1: Albert Einstein

predpoveďou: „Nie je vylúčené, že pravdivosť mojej teórie by mohli dokázať rádioaktívne procesy, pri ktorých sa zásoby energie telies značne menia." Z roku 1905 pochádza aj Einsteinova teória Brownovho pohybu. Neskôr po desiatich rokoch namáhavej práce dokončil (1916) asi najkrajšiu zo všetkých fyzikálnych teórií—všeobecnú teóriu relativity.

V rokoch 1911 až 1913 Einstein pôsobil ako profesor teoretickej fyziky v Prahe. Odtiaľ odišiel do Zürichu, neskôr sa stal členom Pruskej akadémie vied a bol riaditeľom fyzikálneho ústavu v Berlíne. Tam pracoval takmer 20 rokov. Po nástupe nacistov k moci sa demonštratívne vzdal členstva v Pruskej akadémii vied a odcestoval do USA. Žil a pracoval až do konca svojho života v Princetone.

Celý život bol humanistom a bojovníkom za mier. Je symbolické, že v poslednom liste, ktorý napísal, oznamuje B. RUSSELLOVI, že podpíše manifest vyzývajúci všetky národy, aby sa vzdali jadrových zbraní. Einstein bol jedným z najvýznamnejších fyzikov všetkých čias.

Úlohy a témy na referáty

1. (a) Vyhľadajte, odhadnite alebo si tipnite priemerné, resp. typické rýchlosti príslušných procesov a objektov a zoraďte rýchlosti od najväčšej po najmenšiu. Vytvorte tabuľku.

   molekula kyslíka v izbe, zvuk v oceli, rast stalagmitu, najrýchlejšie elektróny v urýchľovačoch, pohyb kontinentov, elektrón v elektrickom vedení, padajúca snehová vločka, dažďová kvapka, rýchlosť signálu v nervovej sústave človeka, najrýchlejší človek, rýchlosť slimáka, svetlo vo vode, protóny v kozmickom žiarení, najrýchlejšia ryba, najrýchlejší cicavec, najrýchlejší vták, rast vlasu, rast stromu, tornádo, rádiové vlny z vysielača, priemerný rast človeka počas detstva, najrýchlejšie auto, rýchlosť vzďaľovania kvazarov, rýchlosť elektrónov v obrazovke TV, kométa, chôdza, svetlo vo vákuu, zvuk vo vzduchu

   (b) Ktoré rýchlosti sú pre nás bežné, ktoré nie. Nájdite najmenšiu rýchlosť, s akou ste sa stretli. Skúste nájsť veci pohybujúce sa rýchlejšie ako 3.10^8 m/s.

   (c) V jednom zo stĺpcov tabuľky vyjadrite pomer rýchlosti daného procesu alebo objektu k rýchlosti svetla $c = 3.10^8$ m/s. Skúste doplniť tabuľku o nové deje a procesy.

   [Návod: Využite akýkoľvek informačný zdroj. Každú hodnotu rýchlosti skúste prediskutovať, či je reálna, alebo nie je; skúste si ju predstaviť; porovnať s rýchlosťou svetla.]

2. Referát: Pripravte si informácie o historickom pozadí vzniku špeciálnej teórie relativity; z akých poznatkov čerpal Albert Einstein; v akej kríze sa nachádzala vtedajšia fyzika; ako bola špeciálna teória relativity prijímaná; zistite podrobnejší životopis a informácie o diele Alberta Einsteina.

Kapitola 1

Ústredná myšlienka ŠTR: Princíp relativity

V čase Einsteinovej mladosti bola veľkosť rýchlosti svetla $c = 3.10^8$ m/s známou. Šestnásťročný Albert sa zamýšľal nad nasledujúcim hlavolamom: Rýchla bežkyňa sa pozerá na seba v zrkadle, ktoré drží v predpažených rukách. Bude sa môcť v zrkadle vidieť, keď bude bežať takmer tak rýchlo ako svetlo? Resp. čo sa bude diať, keď budeme bežať za svetlom rýchlosťou svetla?

1.1 O čom hovorí princíp relativity

Pri vytvorení základov špeciálnej teórie relativity sa Einstein opieral nielen o experimentálne výsledky tej doby, ale prejavil sa predovšetkým ako fyzik s logickou a mimoriadne silnou fyzikálnou intuíciou. Najdôležitejšou myšlienkou, na ktorej postavil svoju teóriu, sa stal **princíp relativity:**

> **Vo všetkých (inerciálnych) sústavách platia rovnaké fyzikálne zákony.**

V krátkosti pripomenieme, že inerciálna sústava je taká sústava, v ktorej platí prvý Newtonov zákon—zákon zotrvačnosti. Každá iná vzťažná sústava pohybujúca sa rovnomerne priamočiaro vzhľadom na nejakú inerciálnu sústavu, je tiež inerciálna[1].

Princíp relativity možno sformulovať aj v „negatívnom zmysle“:

> **Žiadnym experimentom, resp. testom fyzikálnych zákonov nemožno odlíšiť jednu inerciálnu sústavu od druhej.**

Pozrime sa na princíp relativity podrobnejšie na príkladoch. O čom hovorí teda tento princíp? Tu je niekoľko príkladov:

[1] K pojmu inerciálna sústava sa ešte vrátime neskôr

1. *Letiace lietadlo.* Potom, čo vyštartuje lietadlo z letiska a „naberie" konštantnú letovú rýchlosť, môžete sa bez problémov odpútať, vstať, či prejsť . Keď vám podávajú večeru, a potom si čítate noviny máte pocit, že všetko prebieha rovnako ako v stojacom lietadle na letisku, ktoré práve zaplo svoje motory. Neviete povedať, či lietadlo letí na plný plyn, alebo či letí minimálnou rýchlosťou. Jedine pohľad cez okienko na okolité mraky alebo prípadná malá turbulencia[2] vám hovorí, že ste v pohybe.

2. *Vlak v stanici.* Keď sedíte vo vlaku, ktorý je pripravený na odchod, možno si povšimnete zvláštny pocit, že pri pomaly okoloidúcom vlaku sa vám zdá, že váš vlak je zrazu v pohybe a ten druhý stojí. Vďaka pohľadu na nástupište a stojacich ľudí si predsa len uvedomíte, že váš mozog sa „pomýlil" a váš vlak stojí.

3. *Auto na križovatke.* Čakáte vo svojom aute na zelenú a v druhom prúde k semaforu prichádza pomaly auto. Vy zrazu inštinktívne šliapnete na brzdy, pretože sa vám zdá, že pomaly cúvate.

4. *Pobyt v kajute lode.* Už Galileo Galilei pri skúmaní mechanických dejov napísal: „Uzavrite sa s niektorým so svojich priateľov do kajuty v podpalubí veľkej lode a zoberte zo sebou muchy, motýle a inú lietajúcu háveď. Zoberte zo sebou aj nádobu s vodou, v ktorej plávajú ryby. Zaveste fľašu, z ktorej kvapká voda do nádoby postavenej pod ňou. Keď vaša loď stojí na mieste, pozorne sledujete, že hmyz lieta vo všetkých smeroch rovnakými rýchlosťami. Ryby plávajú úplne ľubovoľne a nedávajú prednosť žiadnemu smeru. Kvapky padajú do nádoby pod fľašou. Ak hodíte niečo svojmu priateľovi, potom musíte vynaložiť vo všetkých smeroch rovnaké úsilie, ak hádžete na rovnakú vzdialenosť. Ak sa odrazíte oboma nohami, preletíte vždy rovnakú vzdialenosť v ľubovoľnom smere. . . . Potom dajte povel, aby sa loď začala pohybovať ľubovoľnou rýchlosťou, ale rovnomerne a bez otrasov. V žiadnom z predchádzajúcich dejov nezistíte najmenšiu zmenu a podľa žiadneho deja nezistíte, či sa loď pohybuje, alebo stojí na mieste."

5. *Zatiahnuté závesy a experimentovanie.* Zatiahnite závesy vo svojej izbe, resp. v dopravnom prostriedku. Potom v tejto inerciálnej sústave vykonajte hocijaký experiment Pomocou veľkého množstva experimentov odvoďte zákony fyziky. Niekto iný vo vnútri iného dopravného prostriedku (inej inerciálnej sústavy) vykoná rovnaké experimenty a

[2] V prípade lietadla malé turbulencie spôsobujúce otrasy vás predsa len utvrdzujú v tom, že ste v pohybe. V zábavných parkoch existujú kiná so „živými" sedadlami, kedy pomýlenie mozgu je dokonalé. Pri sledovaní vesmírnej prestrelky sa sedadlo s vami hýbe tak, že máte pocit, že vy ste astronautom v rakete, že vy cítite otrasy lode, atď. Súčasne si plne uvedomujete, že ste v pokoji v miestnosti. Popletenie mozgu je pre niektorých tak nepríjemné, že musia predstavenie opustiť.

zisťuje, že objavil rovnaké zákony, bez ohľadu na to ako rýchlo sa pohybuje druhá sústava vzhľadom na prvú. Toto predstavuje princíp relativity.

Tieto každodenné pozorovania vytvorili základ pre domnienku, ktorú Einstein zovšeobecnil do postulátu—princípu relativity a dal do centra ŠTR. Bez ohľadu na to, či dopravný prostriedok (inerciálna sústava) je v rovnomernom pohybe alebo v pokoji, v oboch prípadoch sú fyzikálne zákony, a tým aj deje, rovnaké. Preto naše zmysly a ani zmysly živočíchov neregistrujú rovnomerný priamočiary pohyb.

Podľa princípu relativity vieme povedať, že ak platí zákon zachovania energie v jednej inerciálnej sústave bude platiť aj v druhej. Pozrite si v miestnosti zrážku lopty so stenou a potom ju sledujte v nákladnom aute pri rovnomernom priamočiarom pohybe. Výsledok bude ten istý. Vo všeobecnosti zákony fyziky—nech sú akékoľvek—musia podľa princípu relativity platiť rovnako pre všetkých pozorovateľov, ktorí sa voči sebe pohybujú rovnomerne priamočiaro. Toto platí nielen pre zákony pohybu, ale aj zákony popisujúce optiku, elektromagnetizmus, jadrovú fyziku, atómy a molekuly, parné stroje, či autá.

1.2 Princíp relativity a svetlo

Svetlo vzniká podľa Maxwellovej teórie elektromagnetizmu len vtedy, keď vzniká meniace sa elektrické pole, ktoré vyvolá meniace sa magnetické pole. To zase vyvolá meniace sa elektrické pole, atď. a tak vzniká elektromagnetické vlnenie—svetlo šíriace sa vo vákuu rýchlosťou $c = 299\ 792\ 458$ metrov za sekundu. Táto konštanta c je zabudovaná v Maxwellových rovniciach[3]. Tieto rovnice musia zostať podľa princípu relativity svojim tvarom rovnaké vo všetkých inerciálnych sústavách, t.j. hodnota tejto konštanty c musí byť rovnaká v každej z týchto inerciálnych sústav. Tento dôsledok princípu relativity sa často formuluje aj ako samostatné tvrdenie—princíp konštantnej rýchlosti svetla, nazývaný odborne princíp **invariantnosti** rýchlosti svetla.

Princíp konštantnej rýchlosti svetla:

Vo všetkých inerciálnych sústavách má rýchlosť svetla rovnakú veľkosť, nezávislú od rýchlosti zdroja svetla[4].

V zákonoch fyziky sú skryté aj ďalšie fundamentálne konštanty, akými sú elementárny náboj elektrónu, či Planckova konštanta. Aj tieto musia mať rovnakú hodnotu vo všetkých inerciálnych sústavách. Všetky predpovede

[3]Pozrite si v učebnici stať o elektromagnetickom vlnení

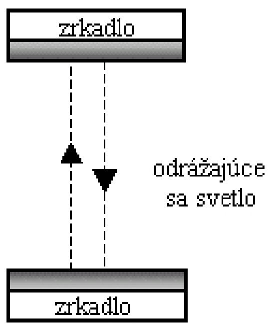
[4]Rýchlosť svetla pritom nezávisí od smeru šírenia svetla a od vzájomného pohybu svetelného zdroja a pozorovateľa.

špeciálnej teórie relativity o priestore, čase, hmotnosti a pohybe pramenia z princípu relativity.

Podľa princípu relativity, resp. princípu konštantnej rýchlosti svetla už hravo odpovieme na Einsteinov hlavolam. Rýchla bežkyňa sa bude vidieť rovnako dobre, či bude bežať alebo stáť. Svetlo sa bude šíriť aj pri behu aj v pokoji stále rýchlosťou c. Ak budeme bežať rýchlosťou svetla, aj vtedy sa bude svetlo vzhľadom nás pohybovať takisto, ako keď sme v pokoji, t.j. bude sa od nás vzďaľovať rýchlosťou c. Ak sa zamyslíte nad výsledkom tohto hlavolamu, mal by byť pre vás prekvapujúci (ak nie, pozrite si podrobne úlohu 3 k tejto stati). Princíp relativity na prvý pohľad s „nevinným" znením poskytuje nielen tento prekvapujúci výsledok, ale aj ďalšie revolučné zmeny v našom pohľade na čas, priestor a energiu.

Doplňujúce poznámky: Princíp relativity a meranie času
Pozrime sa na záver ešte na meranie času z pohľadu princípu relativity. Poznáme hodiny rôznych konštrukcií: kyvadlové hodiny, pieskové hodiny, pružinové hodiny, hodiny s quartzovým kryštálom, atómové hodiny, atď. Nastavíme ich v laboratóriu tak, aby všetky bežali rovnakým tempom. Potom nasadneme s týmito všetkými hodinami do rovnomerne a priamočiaro sa pohybujúcej rakety. V rakete ich spustíme. Všetky hodiny musia ísť rovnakým tempom aj v rakete. Ak by sa totiž niektoré hodiny v rakete omeškali oproti iným, tak by sme vedeli zistiť pohyb rakety vzhľadom na laboratórium, lenže to je v rozpore s princípom relativity.

Ako príklad hodín uvedieme ešte dve zvláštne hodiny—„biologické hodiny" (napr. starnutie organizmu) a „svetelné hodiny". Biologické procesy, ktoré sú tiež fyzikálnymi, prebiehajú podľa princípu relativity v každej inerciálnej sústave rovnako. Spusťte v laboratóriu hodiny a počkajte pokým na nich neubehne 1 rok. Zistite, ako ste zostarli (prípadne vyrástli). Ak by ste to isté urobili aj v rakete a na hodinách v rakete by ubehol rok, tak by ste museli zostarnúť rovnako. Čo sú to svetelné



Obr. 1.1: Svetelné hodiny. Pohľad z boku.

hodiny? Tiknutia svetlených hodín vyrába svetelný záblesk, odrážajúci sa sem a tam medzi dvomi rovnobežne uloženými zrkadlami (viď obr. 1.1). Jedna sekunda môže byť na týchto hodinách napríklad miliarda odrazov záblesku. Aj tieto hodiny musia ísť rovnako v porovnaní s ostatnými v každej inerciálnej sústave.

Aj keď znie princíp relativity jednoducho, môže viesť aj k nedorozumeniam a k zlému chápaniu. Pripomeňte si úvodný príklad v stati , kde sme hovorili o tom, ako sme namerali rôzny čas na diaľnici v aute a na zemi. Mohli by ste povedať: podľa princípu relativity by mali deje prebiehať rovnako, aj meranie času a preto jedny aj druhé hodinky by mali ísť rovnako a preto ukazovať ten istý čas, 10 sekúnd. Tu je naše vysvetlenie: Uvažovanie je nedôsledné a je v ňom chyba. Prečo? Správny pohľad na princíp relativity hovorí o tom, že *ak urobíme experiment na určitom mieste a potom tú istú experimentálnu aparatúru (spolu so všetkým, čo je pre prácu aparatúry potrebné) umiestnime v rovnomerne a priamočiaro sa pohybujúcej sústave (napr. pohybujúcom sa aute) tak chod aparatúry sa nezmení.* Preto výsledky experimentátorov budú rovnaké, t.j. všetky fyzikálne zákony ostali nezmenené.

V našom príklade laboratórnou experimentálnou aparatúrou je diaľnica, auto, šofér, hodinky v aute a hodinky nehybné vzhľadom k zemi. Naším pokusom je pohyb auta po diaľnici. Výsledkom pokusu je, že nehybné hodinky na zemi ukážu čas 10 sekúnd, šoférove v aute namerajú o 0,000 14 nanosekundy menej. Ak ten istý experiment urobí pozorovateľ na pohybujúcej vesmírnej stanici, t.j. postaví diaľnicu, zoberie auto, šoféra, hodiny a stopne čas autu, tak nameria na svojich nehybných hodinách v rakete tiež 10 sekúnd. Aj šofér auta pohybujúceho sa v rakete nameria o 0,000 14 nanosekundy menej. Takže všetko je v poriadku. Princíp relativity hovorí len o fyzikálnych zákonoch, nehovorí nič o tom, že ak z dvoch rôznych inerciálnych sústav meriame dobu nejakého deja dostaneme rovnaký výsledok. Takisto nehovorí o tom, že ak zmeriame vzdialenosť dvoch udalostí v týchto dvoch sústavách, tak dostaneme tú istú vzdialenosť.

Úlohy a témy na referáty

1. Uveďte niekoľko konkrétnych situácií, v ktorých sa prejavuje princíp relativity (napr. konkrétne mechanické pokusy vo vlaku pohybujúcom sa rovnomerne a bez otrasov po dokonale rovných koľajniciach).

2. Predstavte si, že kozmická loď odštartovala zo Zeme a získala rýchlosť veľkostí $v = 0,9c$, hoci pri dnešnej technológii pohonu rakiet. Kapitán potom vypol motory a loď letela takouto rýchlosťou ďalej. Vysvetlite, či ohrozí táto obrovská rýchlosť pri ďalšom lete biologické funkcie členov posádky? Bude palubný počítač pracovať rovnako ako pri malých rýchlostiach?

3. Princíp konštantnej rýchlosti svetla by mal byť pre nás prekvapujúcim dôsledkom teórie relativity. Prečo? Zamyslite sa nad nasledovnými príkladmi. Skúste nájsť ďalšie podobné príklady.

   (a) Určite nie je pre vás problém predstaviť si nasledujúcu napínavú scénu z katastrofického filmu. Po neočakávanom výbuchu sopky vzniknutá tlaková vlna (stlačený vzduch plný popola a prachu) bez problémov ničí všetko, čo sa jej postaví do cesty. Hlavní hrdinovia filmu nasadajú do auta a dramaticky unikajú pred touto vlnou, až sa im podarí skryť a šťastne prežijú. Ak by hlavný hrdina nešliapol na plyn, tlaková vlna by ich určite dobehla a rozdrvila. Tak vďaka pohybu auta smerom od výbuchu sopky sa hrozná tlaková vlna blížila k hrdinom pomalšie, takže sa stihli zachrániť.

   (b) Predstavte si, že ste na lyžovačke. Po tom, čo sa spustí lavína, sa okamžite inštinktívne dáte na útek. A to určite smerom od lavíny. Intuitívne je jasné, že ak sa dáte na útek, tak sa lavína približuje k vám pomalšie a navyše, ak unikáte tak isto rýchlo ako lavína, tak sa vzdialenosť medzi vami a lavínou nezväčšuje, lavína vzhľadom na vás stojí.

   (c) Ste na čerešni, s pôžitkom vychutnávate jednu čerešňu za druhou, keď tu zrazu vidíte, že k vám beží s krikom majiteľ sadu a zlovestne máva rukami. Viete, že ak by ste nezoskočili a neutekali dostatočne rýchlo, mohlo by to pre vás skončiť zle. Ale vy hravo unikáte staršiemu zlostnému pánovi, a dokonca keď sa obzriete vidíte, že sa vzďaľuje od vás. Vzhľadom na vás sa vlastne pohybuje smerom dozadu. Má rýchlosť opačnú smerom od vás.

   (d) Stojíte na nástupišti železničnej stanice a z jedného z vagónov vlaku, ktorý práve dorazil, k vám beží milovaná osoba. Samozrejme plní nádherných pocitov sa aj vy dáte do pohybu (smerom k nej). Viete, že budete pri nej skôr. Prirodzene, že vzhľadom na vás sa osoba blíži vďaka vášmu behu omnoho rýchlejšie.

Teraz si predstavte, resp. nahraďte každý objekt (okrem vás) v týchto príkladoch svetlom. Popíšte, čo by sa malo podľa princípu konštantnej rýchlosti diať.

(e) Je ďaleká budúcnosť. Ste obyvateľom Mesiaca a váš nepriateľ na Zemi na vás strieľa laserovým delom. Vy odlietate na rakete smerom od Zeme, pretože ak sa nedáte na útek, laser vás zasiahne a je po vás. Ako rýchlo sa bude k vám približovať svetlo? Ako rýchlo sa bude približovať v prípade, keď ostanete na Mesiaci? Má význam utekať?

(f) Čo možno povedať o sčítavaní a odčítavaní rýchlostí, ktoré používame tu na Zemi? Aké veľké rýchlosti na Zemi zvyčajne skladáme? Uveďte príklady (napr. so svetlom), kde použitím poznatkov ŠTR vidíme, že naše skladanie rýchlostí určite nemôže platiť.

(g) Ak poviem, že sa pohybujem rýchlosťou 60 km/hod, vzhľadom na čo sa môžem pohybovať takouto rýchlosťou? Má z tohto pohľadu prvá veta zmysel? Porovnajte to so svetlom.

4. EXPERIMENTÁLNE TESTY ŠTR: Z Maxwellovej teórie vieme, že svetlo je elektromagnetickým vlnením. Všetky dovtedy známe vlnové deje boli vlnením určitého prostredia (vlny na vodnej hladine, zvukové vlny a pod.). Preto sa fyzici domnievali, že aj svetlo musí byť vlnením nejakého prostredia, ktoré nazvali éter. Z tohto dôvodu fyzici očakávali, že ak sa vzďaľujeme od zdroja svetla, tak svetlo musí k nám letieť pomalšie; ak ideme oproti svetlu, tak rýchlejšie. Koncom minulého storočia sa uskutočnilo viac pokusov, v ktorých sa snažili odmerať zmeny rýchlosti svetla vyslaných na Zemi spôsobené pohybom Zeme vzhľadom na éter. Všetky výsledky však boli negatívne, svetlo sa vo všetkých smeroch šírilo vzhľadom na Zem rovnakou rýchlosťou c.

   Nájdite podrobnejšie informácie a pripravte si referáty o nasledujúcich veciach:

   (a) Éter; kto ho zaviedol do fyziky; ako o ňom rozmýšľali fyzici; aké by mal mať vlastnosti; ako sa naňho díva ŠTR

   (b) Pokus Alberta Michelsona a Edwarda Morleya z konca 19. storočia; kedy a kde bol vykonaný; aký bol jeho princíp; aký mal výsledok; ako vážne brali fyzici jeho výsledky. Stačí, ak nájdete schémy a experiment popíšete kvalitatívne.

   (c) Myšlienka Willema de Sittera (1913): rýchlo pohybujúce sa dvojhviezdy (dve hviezdy, ktoré sa vzájomne obiehajú) možno použiť ku skúmaniu vplyvu pohybu na rýchlosť svetla

   (d) Experiment, ktorý vykonal Roy Kennedy a Edwin Thorndike (1930).

(e) Potvrdzovanie faktu o konštantnej rýchlostí svetla: práca medzinárodného časového systému atómových hodín; pokusy vo fyzike elementárnych častíc a v jadrovej fyzike.

(f) Zistite a popíšte, akými spôsobmi sa dá zmerať rýchlosť svetla. Skúste navrhnúť vlastný spôsob a zrealizovať ho.

Kapitola 2

Priestoročas

2.1 Vzťažná sústava a udalosť

Čo je to udalosť

ŠTR nám dovoľuje popísať pohyb hmotných objektov a žiarenia. Chceme popísať napríklad pohyb tenisovej loptičky, ktorú o chvíľu odpálime? Podobne ako v newtonovskej fyzike nestačí poznať len polohy loptičky v priestore (jej súradnice). Ak popisujeme pohyb, potrebujeme nielen pravítka, ale aj hodiny, pretože ak loptička dorazí do niektorého miesta, tak tam vždy dorazí v určitom čase. Pritom nie je jedno, či loptička je v danom mieste v piatej alebo desiatej sekunde od začiatku merania. Hocičo, čo nastane okolo nás, nastane vždy „na určitom mieste“ a „v určitom čase“. Keďže sa to udialo alebo udeje, hovoríme tomu udalosť.

> Príklady udalostí:
> (1) zrážka (napr. dvoch častíc, ale aj áut), (2) explózia, (3) rozsvietenie alebo zhasnutie baterky, (4) dopad meteoritu na planétu, (4) dotyk, (5) stlačenie spínača, (6) prechod ručičky hodiniek cez rysku označujúcu číslo 12, atď. ....

Kedy vo všeobecnosti hovoríme o udalosti? Ak niečomu vieme (podľa našich potrieb) jednoznačne priradiť polohu v priestore a okamih v čase. Napr. vaše narodenie je jedinečné v priestore a čase pre úradníka, ktorý to zapisuje do rodného listu, je teda udalosťou. Narodenie však môžeme chápať aj ako proces, celý sled udalostí, od prvých pôrodných bolestí až po prvý plač.

Vzťažná sústava a zaznamenávanie udalostí

Ak chceme merať udalosti, t.j. určovať ich miesto aj čas, spájame vždy „pohľad pozorovateľa“, s tým, čo nazývame *vzťažná sústava*. Pod vzťažnou sústavou si predstavuje zhruba niečo ako priestorovo (ako uvidíme aj časovo) obmedzený „kontajner“, napr. raketu, lietadlo, automobil, laboratórnu miestnosť, vzhľadom na ktorú pozorovateľ meria udalosti, resp. pohyb pomocou hodín a pravítok. Vzťažná sústava však nemusí reálne jestvovať. Môže dokonca existovať len v mysli fyzika. V špeciálnej teórii relativity sa zameriavame na popis pohybu len v rámci tzv. *inerciálnych* vzťažných sústav, niekedy nazývaných aj *beztiažové sústavy.* Ide o sústavy, vzhľadom na ktoré voľný objekt zostáva v pokoji alebo sa pohybuje rovnomerne priamočiaro (podľa prvého Newtonovho zákona).

Príklady inerciálnych a neinerciálnych vzťažných sústav v ŠTR:

1. *Vesmírna stanica* rovnomerne a priamočiaro letiaca v „prázdnom vesmíre“[1] *je* inerciálna sústava.

2. *Akákoľvek vzťažná sústava*, ktorá sa pohybuje rovnomerne priamočiaro vlastnou zotrvačnosťou (inerciou), nachádzajúca sa mimo dosah akýchkoľvek síl *je* inerciálna sústava.

3. *Umelá družica* s vypnutými motormi obiehajúca („voľne padajúca“) okolo Zeme: každý voľný objekt sa v nej voľne vznáša a je v beztiažovom stave podobne ako astronaut. Predmety sú vzhľadom na družicu v pokoji. Takúto družicu *môžeme* za určitú dobu považovať za inerciálnu vzťažnú sústavu.

4. *Lineárny časticový urýchľovač*, ktorý má dĺžku 3 km. Počas experimentu elektrón pohybujúci sa počiatočnou rýchlosťou blízkou svetla prekoná 3 km za veľmi krátky okamih, pričom nestihne spadnúť o viac ako je polomer atómového jadra. Preto sa elektrón pohybuje počas doby experimentu prakticky rovnomerne priamočiaro. Urýchľovač počas tejto doby *možno* považovať za inerciálnu sústavu.

5. *Padajúci výťah*: padáte vo výťahu, ktorému sa práve pretrhli laná. Vypustíte kľúče z ruky. Spolu s kľúčmi sa vo výťahu vznášate a ste navzájom v pokoji. Padajúci výťah *je* na pár sekúnd inerciálnou sústavou.

6. *Laboratórium na zemskom povrchu*: zoberte kľúče. Pusťte ich, aby sa stali voľnými. Keďže padajú a zrýchľujú, nezostavajú ani v pokoji, ani v rovnomernom pohybe. Laboratórium *nie je* inerciálna sústava. Ak uvažujete veľmi krátku dobu, kľúče nestihnú zmeniť svoj pôvodný stav (sú prakticky v pokoji). Vtedy laboratórium je inerciálnou sústavou.

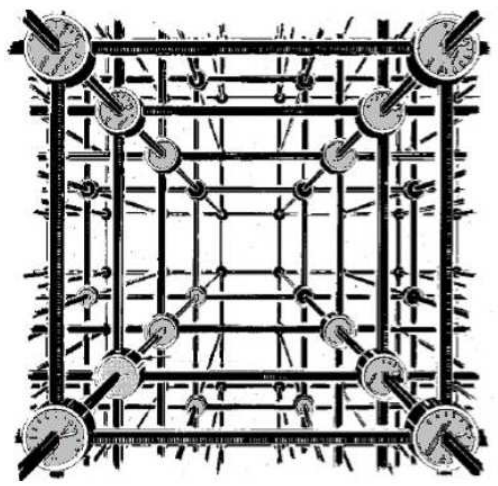
7. *Akákoľvek vzťažná sústava v blízkosti hmotných telies*, napr. planét: V každej takejto sústave pôsobí gravitácia a pri „bežných“ časoch a

[1]Myslíme tým, že v širokom okolí niet žiadnej planéty, či hmotného telesa.

priestorových rozmeroch vnímaných ľuďmi na Zemi gravitácia stihne porušiť podmienku inerciálnosti. Tieto sústavy *nie sú* inerciálnymi[2].

Na čo sú nám dobré vzťažné sústavy? Vďaka nim môžeme popísať udalosti a vzťahy medzi nimi. Pozorovateľ môže vďaka svojej inerciálnej sústave priradiť časovú a priestorové súradnice každej udalosti. Pretože pri meraní používame často vďaka svojmu zraku svetlo, pri priradzovaní súradníc udalostiam môže vzniknúť nasledujúci problém.

Predstavte si, že ste ďalekohľadom zbadali veľkolepý dopad kométy na Jupiter. Okamžite voláte priateľovi so slovami: „Práve teraz dopadla na Jupiter kométa“. Lenže v skutočnosti nastal tento dopad nie vtedy, keď ste ho zazreli, ale asi pred pol hodinou. Práve toľko svetlu trvá, kým doletí na Zem do vášho oka. Nech po dopade kométy na Jupiter dopadne na Mesiac asteroid. Keďže svetlo z Jupitera musí preletieť omnoho dlhšiu cestu ako svetlo v prípade Mesiaca (1,2 sekundy), uvidíte dopad asteroidu skôr ako dopad kométy, kým v skutočnosti to je naopak. Preto náš zrak, aj kamera a každý prístroj pracujúci so svetlom môžu klamať. Tomuto problému sa môžeme



Obr. 2.1: Mriežka meracích tyčí osadených hodinami, ktorá môže byť len myslenou.

vyhnúť tak, že si skorigujeme namerané časy výpočtami, alebo použijeme jednoduchý trik—trojrozmernú mriežku meracích tyčí osadených hodinami,

[2]Tento fakt znamená, že sme v stati o princípe relativity „trochu podvádzali“, keď sme používali na jeho demonštráciu laboratórium na zemskom povrchu, loď, či auto, ktoré evidentne nie sú inerciálne. Avšak dá sa ukázať v rámci všeobecnej teórie relativity, že vďaka faktu, že gravitácia vyvoláva silou kolmú na smer pohybu, našu analýzu to neovplyvní a preto je použitie ŠTR možné.

ktorá sa rozprestiera cez celú našu inerciálnu sústavu (pozri obr.2.1)[3]. Jedinou podmienkou správneho fungovania tejto mriežky je, že všetky hodiny musia ukazovať rovnaký čas. Inými slovami musíme vykonať *synchronizáciu hodín* (podrobnejšie pozri úlohy k tejto stati). Po vykonaní synchronizácie môžeme jednoducho a správne zaznamenať každú udalosť. Stačí totiž nájsť hodiny, ktoré zodpovedajú miestu skúmanej udalosti, odčítať ich časový údaj a zmerať polohu týchto hodín.

Úlohy a témy na referáty

1. Uveďte aspoň desať príkladov udalostí.

2. Na synchronizáciu mriežky hodín sa dá veľmi vhodne využiť svetlo. Jedny hodiny sa vyberú za vzťažné a podľa nich sa zosúladia všetky ostatné. Vymyslite viacero spôsobov synchronizácie hodín v tejto mriežke.

3. V praxi sa môžete stretnúť so synchronizáciou na Internete. Hodiny počítačov, predovšetkým dôležitých inštitúcii sa synchronizujú. Pripravte si referát o synchronizácii Internetu; porovnajte spôsob synchronizácie so spôsobmi z úlohy 2; ktoré hodiny a aký typ predstavujú referenčné hodiny; kedy sa začalo so synchronizáciou Internetu; aký význam má táto synchronizácia.

4. (a) Môžete vidieť v zrkadle svoju aktuálnu podobu? Vysvetlite. Odhadnite, o koľko mladší sa v skutočnosti v zrkadle vidíte.
   (b) Vieme, že hviezda Canopus je od nás vzdialená 99 svetelných rokov. Čo môžeme o tejto hviezde povedať, ak ju pozorujeme?

5. Hĺbavý študent po tom, čo učiteľ predniesol základnú myšlienku princípu relativity, vzniesol následovnú námietku. „Predstavme si, že cestujeme vo vlaku idúcom rovnomerne priamočiaro po zemskom povrchu a zoberieme si kompas, pričom zatiahneme rolety na oknách. Pretože meníme polohu, bude sa magnetka kompasu otáčať v smere magnetických pólov. Tým odhalíme, že sme v pohybe a preto princíp relativity neplatí“. Vysvetlite, kde je chyba v uvažovaní študenta.

6. Uveďte argumenty, prečo rotujúca atrakcia (kolotoč) v lunaparku nie je inerciálnou sústavou.

[3]Obrázok z renomovanej a svetovo uznávanej učebnice ŠTR—Taylor, E.F., Wheeler, J.A.: *Spacetime Physics: Introduction to special relativity, 2-nd edition*, W.H. Freeman, New York, 1992 (s láskavým dovolením Edwina F. Taylora)

2.2 Priestoročas a priestoročasový interval

V teórii relativity sa často spomína pojem priestoročasu (hovorí sa aj časopriestore). Čo to je? Ako vyzerá priestoročas? Existuje v ňom niečo také ako vzdialenosť? Počíta sa táto vzdialenosť podobne ako v priestore? Geometrickými vlastnosťami priestoročasu sa po Einsteinovom objave ŠTR začal zaoberať Herman Minkowski, bývalý Einsteinov profesor matematiky na Konfederálnej vysokej škole technickej v Zürichu (EHT). Počas štúdia ŠTR bol Minkowski už profesorom na univerzite v Göttingene. ŠTR naňho mimoriadne zapôsobila. V roku 1908 objavil geometriu aj absolútnosť povahy priestoročasu, pričom ŠTR sformuloval novým, matematickejším jazykom. Iróniou osudu bolo, že Minkowski nazval Alberta Einsteina počas jeho študentských liet na EHT „lenivým psom“. Mladý Albert bol totiž značne vyberavý študent. Niektoré časti kurzov absorboval s veľkým záujmom okamžite, iné ignoroval a venoval sa radšej vlastnému štúdiu a rozmýšľaniu. Minkowského objav však na Einsteina neurobil žiadny dojem. Dokonca Einstein začal vtipkovať o tom, že göttingenskí matematici popisujú relativitu tak zložito, že to nepochopí žiadny fyzik. Nakoniec sa Einstein predsa len chopil Minkowského geometrie priestoročasu. Táto myšlienka sa stala kľúčovou nielen v ŠTR, ale stala sa základom formulácie všeobecnej teórie relativity.

Vlastnosti priestoročasu

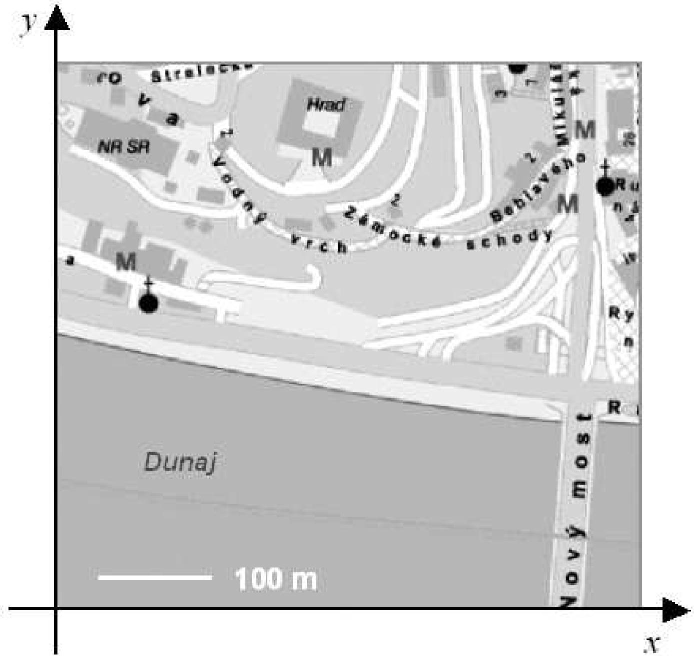
Pri popise pohybu musíme zaznamenať nielen polohu, ale aj čas, zaznamenávame *udalosti*. Záznam o každej udalosti sa skladá vždy zo štyroch čísel, kde tri z nich udávajú polohu udalosti v priestore a jeden údaj udáva čas jej nastatia. Túto skutočnosť môžeme povedať aj inými slovami: *všetky objekty aj my sa pohybujeme nielen v priestore, ale aj v čase.* Alebo by sme mohli povedať skrátene v *priestoročase* (alebo v *časopriestore*). Všetky udalosti, dianie okolo nás, ale aj vo vesmíre sa odohráva v „aréne“ nazývanej priestoročas.

Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že takáto myšlienka dávať dokopy priestor a čas, len tým, že sme vymysleli akurát nový skrátený názov, neprinesie nič nového. Ukázalo sa však, že v relativite je to jedna z kľúčových myšlienok. Navyše v teórii relativity (v špeciálnej, ale aj všeobecnej) je dokonca nevyhnutné uvažovať vždy dianie v rámci priestoročasu, nikdy nie osobitne v priestore a osobitne v čase.

Kvôli abstraktnosti si tieto kľúčové myšlienky spolu s dôležitými vlastnosťami priestoročasu teraz vysvetlíme na dvoch príkladoch. Príklady:

1. Máte pre sebou mapu nášho hlavného mesta (pozri obr. 2.2) a pozorne študujete polohy jednotlivých budov, ulíc, objektov. Mapa zachycuje dvojrozmerný priestor[4]. Pri vhodnej voľbe súradnicových osí

[4] Tretí rozmer priestoru („výška“) nás v prípade máp zvyčajne nezaujíma



Obr. 2.2: Výrez z mapy Bratislavy.

dokážete popísať pomocou pravítka polohu hradu (jeho stredu) a každého iného objektu[5] dvomi číslami. V našom prípade to bude zhruba (270m, 520 m). Lenže súradnicovú sústavu môžete vy alebo nejaký iný pozorovateľ uložiť aj do iného miesta napr. počiatok súradnicovej sústavy bude práve v strede hradu, takže hrad bude mať celkom odlišné súradnice (0 m, 0 m).

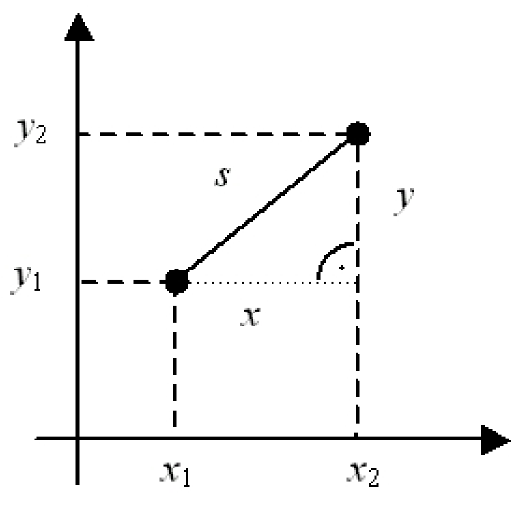
Každý pozorovateľ bude mať svoje súradnice pre každý bod priestoru (mapy) a rozdiely v súradniciach medzi pozorovateľmi môžu byť obrovské! Pri výpočtoch z týchto navzájom rôznych súradníc však všetci zistia rovnakú šírku, dĺžku hradu, veľkosť nádvoria, či vzdialenosť jednotlivých veží hradu. Takisto zahlásia rovnakú šírku Dunaja pod novým mostom (mostom SNP). Ak budú vypočítavať hocijakú vzdialenosť na mape (každý pomocou svojich súradníc), vždy dôjdu k rovnakému výsledku. Nakoniec pripomenieme úplne samozrejmú vec. Všetci pozorovatelia sa zhodnú, že na mape (v priestore) je hrad. Hrad v danom okamihu jestvuje bez ohľadu na to, či si pozorovateľ zvolí alebo nezvolí súradnicovú sústavu. Hoci rôzni pozorovatelia priradzujú daným bodom v priestore úplne odlišné súradnice, body v priestore existujú

[5]Iste viete, že poloha na mape sa udávaj napríklad aj pomocou čísla a písmena. Je to menej presné ale v podstate určovanie polohy.

nezávisle od súradnicových sústav, pretože tie sú len myšlienkovými konštrukciami pozorovateľa.

2. V špeciálnej teórii relativity pozorujeme udalosti z rôznych vzťažných sústav, ktoré sa navzájom pohybujú konštantnou rýchlosťou. Predstavte si priestoročas ako obrovský záznamník, odvíjajúcu sa obrovskú mapu, ktorá s plynúcim časom odvíja a zaznamenáva všetky udalosti. Každý pozorovateľ vďaka svojej vzťažnej sústave môže tieto udalosti, napr. rozsvietenie baterky, zaznamenať udaním polohy a času danej udalosti. Lenže rozsvietenie baterky môže mať u iného pozorovateľa (z pohľadu jeho sústavy) celkom inú polohu (priestorové súradnice) a čas, podobne ako to bolo v prípade bratislavského hradu na mape. Naviac nepotrebujeme vôbec merať priestor a čas, aby sme sa dozvedeli o rozsvietení baterky. Všetci pozorovatelia zaregistrujú nastatie rozsvietenia baterky bez ohľadu na to, akú majú vzťažnú sústavu. Takisto, ak sa narodí človiečik, tak všetci pozorovatelia budú hlásiť, že sa narodil človiečik. Nemôže sa stať, že v jednej sústave udalosť nastala a v inej nie. Udalosti totiž chápeme ako body priestoročasu a podobne ako body v priestore existujú nezávisle na súradnicových vzťažných sústavách a súradniciach. Aj medzi udalosťami môžeme merať „vzdialenosť“ podobne ako medzi bodmi na mape. Táto vzdialenosť bude tiež rovnaká pre všetkých pozorovateľov.

Výpočet vzdialenosti v priestore a priestoročase



Obr. 2.3: K výpočtu vzdialenosti dvoch bodov.

Pripomeňme si ako je definovaná, resp. ako vypočítame vzdialenosť medzi dvomi bodmi v priestore (resp. na mape). Ak sa súradnice dvoch bodov A, B líšia o x resp. y, ako je to na obr. 2.3[6], tak podľa Pytagorovej vety v dvojrozmernom priestore máme:

$$\begin{pmatrix} \text{vzdialenosť} \\ \text{medzi bodmi} \end{pmatrix}^2 \equiv s^2 = x^2 + y^2 \tag{2.1}$$

Ak by ľubovoľny iný pozorovateľ použil svoje súradnice (označme ich s čiarkou) a vypočítal by $x'^2 + y'^2$ dostal by ten istý výsledok (pozri úlohu 1 za staťou 2.3). Vzdialenosť medzi dvomi bodmi je rovnaká, nemení sa. pre všetkých pozorovateľov. V odbornom jazyku hovoríme, že vzdialenosť je *invariantom*:

$$\begin{pmatrix} \text{vzdialenosť} \\ \text{medzi bodmi} \end{pmatrix}^2 \equiv s^2 = x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$$

Obdobný vzorec platí aj v trojrozmernom prípade.

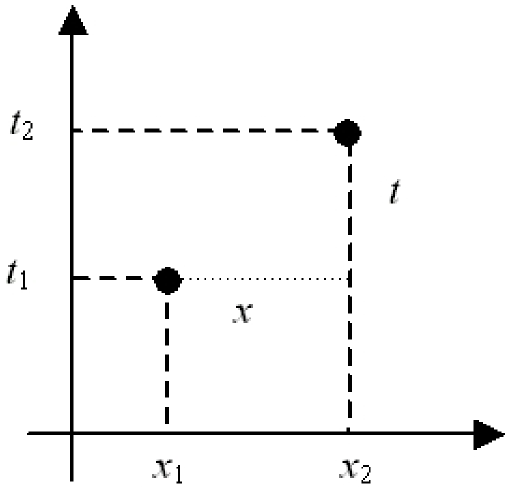
Aj medzi dvomi udalosťami, bodmi v priestoročase, existuje istý druh vzdialenosti. Udalosti v reálnom svete sú však oddelené nielen v priestore ale aj v čase. Vo výpočte vzdialenosti medzi udalosťami vystupuje aj čas, aj priestor. Aby sme odlíšili názov vzdialenosť bodov v priestore od vzdialenosti udalostí v priestoročase, nazveme vzdialenosť udalostí *priestoročasový interval*. Podstata definície sa nezmení, ak na začiatku (a vo všetkých statiach kapitoly o ŠTR) uvážime jednoduchý dvojrozmerný prípad v rámci priestoročasu, t.j. udalosti budú mať vždy dve priestorové súradnice nulové. Situácia je zobrazená na obr. 2.4. Ak sa súradnice dvoch udalostí A, B líšia o x, resp. t, tak sa priestoročasový interval medzi udalosťami počítame následovne:

$$\begin{pmatrix} \text{interval medzi} \\ \text{udalosťami} \end{pmatrix}^2 = (ct)^2 - x^2 \tag{2.2}$$

Vzorec 2.2 pre interval je svojim charakterom veľmi podobný vzorcu 2.1 pre vzdialenosť danú Pytagorovou vetou. Ak ľubovoľny iný pozorovateľ použije svoje súradnice (označme ich s čiarkou) a vypočíta $(ct')^2 - x'^2$, dostane ten istý výsledok (pozri úlohu 1 za staťou 2.3). Interval je pre všetkých pozorovateľov rovnaký, nemení sa, je *invariantom*:

$$\begin{pmatrix} \text{interval medzi} \\ \text{udalosťami} \end{pmatrix}^2 = (ct)^2 - x^2 = \left(ct'\right)^2 - x'^2$$

[6] Zvyčajne sa rozdiely súradníc značia pomocou symbolov Δx, Δy. Kvôli jednoduchosti zápisu to robiť nebudeme. Ak budeme počítať vzdialenosti medzi bodmi alebo udalosťami, tak veličiny vo vzorcoch pre vzdialenosť budú vždy predstavovať rozdiely priestorových alebo časových súradníc. Na druhej strane nie je problém do týchto vzorcov doplniť symbol Δ, ak to bude potrebné.



Obr. 2.4: K výpočtu priestoročasového intervalu medzi dvoma udalosťami.

Z nemennosti tohto intervalu vidíme okamžite prekvapujúci dôsledok—jednu z najväčších inovácii a zmien v našom chápaní času. Ak sú pre dvoch pozorovateľov rôzne priestorové vzdialenosti x a x' medzi danými udalosťami, musia byť rôzne aj doby t a t' medzi ich nastatiami. Inak by sa interval nezachoval. Inými slovami čas nebeží rovnako pre všetkých pozorovateľov (bližšie sa vrátime k tomuto javu v nasledujúcich statiach).

2.3 Fyzikálny význam priestoročasového intervalu

Význam priestoročasového intervalu

Vzdialenosť medzi dvomi bodmi na mape (alebo v priestore) vieme jednoducho interpretovať. Je to dĺžka úsečky, ktorá spája dané dva body. Aj priestoročasový interval má svoj fyzikálny význam, ktorý ilustrujeme na nasledujúcich príkladoch[7]:

1. *Štafeta* 4×100 *m:* Predstavte si seba ako bežca víťaznej štafety 4×100 m. Preberáte štafetový kolík (udalosť A: podanie kolíka) konštantou rýchlosťou trielite do cieľa a pretrhávate víťazne cieľovú pásku (udalosť B: pretrhnutie pásky). Obe udalosti nastanú vždy tam, kde ste vy. Z vášho pohľadu obe udalosti nastali na tom istom mieste

[7] Pri týchto príkladoch odporúčame kresliť obrázky a písať si vzťahy pre priestoročasový interval.

(vaše telo), t.j. $x = 0$. Priestoročasový interval je preto daný vzťahom: $(\text{interval})^2 = (ct)^2 - 0^2 = (ct)^2$, kde t je čas medzi A a B meraný na vašich hodinkách. Diváci na štadióne vás a udalosti vidia v dvoch rôznych miestach štadiónu a aby mali tú istú hodnotu intervalu $(\text{interval})^2 = (ct')^2 - x'^2$, musí byť čas medzi A a B na štadióne iný.

2. *Let k najbližšej hviezde:* Predstavte si svoju raketu, štartujúcu zo Zeme (udalosť A: odchod zo Zeme) a letiacu na hviezdu Proxima Centauri (udalosť B: príchod ku hviezde). Obe udalosti nastávajú tam, kde je vaša raketa. Z pohľadu rakety teda nastávajú na tom istom mieste a preto v sústave rakety platí: $(\text{interval})^2 = (ct)^2$, kde t je čas medzi A, B meraný na hodinkách v rakete. Pozemskí pozorovatelia vidia vašu raketu v dvoch rôznych miestach, preto aby namerali tú istú hodnotu intervalu musí byť nimi meraný čas medzi A a B iný.

3. *Nehoda na križovatke:* Predstavte si pohyb vášho auta prechádzajúceho križovatkou (udalosť A: vchádzanie do križovatky), pričom nastane dopravná nehoda (udalosť B:. zrážka áut v strede križovatky). Z pohľadu šoféra (vás) nastali udalosti na tom istom mieste—na prednom nárazníku auta. Vo vašej sústave auta platí: $(\text{interval})^2 = (ct)^2$. Z pohľadu chodcov stojacich na okraji križovatky udalosti nastali v rôznych miestach, takže z invariantnosti (nemennosti) intervalu vyplýva, že namerajú medzi nimi iný čas ako vy.

4. *Urýchľovač:* Predstavte si pohyb elektrónu v urýchľovači (udalosť A: vpustenie elektrónu do urýchľovača) a jeho zrážku z terčíkom (udalosť B: náraz do terčíka). Z pohľadu elektrónu nastali udalosti na tom istom mieste, „na jeho nose". V sústave elektrónu platí $(\text{interval})^2 = (ct)^2$. Z pohľadu fyzikov, sledujúcich experiment, „vstreknutie" elektrónu do urýchľovača a zrážka z terčíkom nastali na dvoch rôznych miestach, takže z nemennosti intervalu vyplýva, že pre fyzikov prebehne medzi týmito udalosťami iná doba.

Ak dve udalosťami zaznamenané v nejakej vzťažnej sústave nastanú na tom istom mieste (viď predchádzajúce príklady), tak výraz pre priestoročasový interval sa redukuje na tvar: $(\text{interval})^2 = (ct)^2$, kde t predstavuje čas, ktorý ubehol medzi udalosťami v tejto sústave. Vo všetkých prípadoch tento čas t predstavoval čas na hodinkách sledovaného objektu (bežec, astronaut, šofér, elektrón), na ich vlastných hodinkách, preto takýto čas nazývame *vlastný čas* a značíme ho gréckym písmenom τ.

Interval je teda c-násobkom vlastného času, kde c je rýchlosť svetla.

Vlastný čas má v ŠTR významnú vlastnosť. Z nemennosti (invariantnosti) intervalu a invariantnosti rýchlosti svetla vyplýva aj invariantnosť vlastného času. Preto všetci ostatní pozorovatelia v ľubovolných vzťažných (inerciálnych) sústavách vypočítajú zo svojich nameraných súradníc udalostí vždy ten istý vlastný čas—čas v sústave sledovaného objektu, kde nastali udalosti na tom istom mieste.

Na základe významu priestoročasového intervalu budeme priestoročasový interval písať v tvare:

$$(c\tau)^2 = (ct)^2 - x^2 \tag{2.3}$$

Tento vzorec udáva nielen priestoročasový interval, ale taktiež zachytáva jeho invariantnosť.

Doplňujúce poznámky:
Musíme však upozorniť na jeden dôležitý rozdiel medzi vzdialenosťou v priestore a intervalom v priestoročase. Jeden vzorec, 2.1, obsahuje znamienko *plus* a druhý, 2.2, *mínus.* Tým sa geometria priestoročasu líši od geometrie euklidovského priestoru založeného na Pytagorovej vete a zapríčiňuje nový revolučný pohľad na priestor a čas. Napríklad na mape alebo v priestore je úsečka spájajúca dva body najkratšou spojnicou týchto bodov. Kvôli znamienku mínus je úsečka spájajúca dve udalosti v priestoročase spojnicou s najväčšou dĺžkou (definovanou pomocou intervalu). Vo vzťahu 2.1 pre vzdialenosť znamienko plus spôsobuje, že $x^2 + y^2$ bude vždy nezáporné číslo. V prípade intervalu je $(ct)^2 - x^2$ zvyčajne kladné číslo, t.j. prevláda časová zložka intervalu ct nad priestorovou x. Fyzici hovoria, že ide o *časupodobný interval.* Môže sa však stať, že $ct < x$, t.j. prevláda priestorová zložka nad časovou, takže výsledok je záporný. Vtedy počítame tzv. *priestorupodobný interval* tak, že zameníme poradie členov. Takže nakoniec výsledok je vždy nezáporné číslo:

$$\begin{pmatrix} \text{priestorupodobný} \\ \text{interval} \end{pmatrix}^2 \equiv x^2 - (ct)^2$$

$$\begin{pmatrix} \text{časupodobný} \\ \text{interval} \end{pmatrix}^2 \equiv (ct)^2 - x^2$$

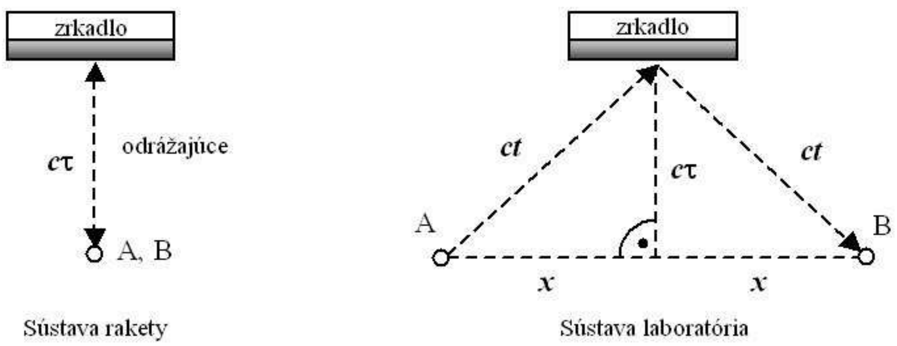
V prípade $ct = x$ má interval nulovú hodnotu. Keďže rovnica $ct = x$, zodpovedá aj pohybu svetla, nazýva sa interval *svetlupodobný.* Vo všetkých troch prípadoch však vždy platí, že ak všetci pozorovatelia zmerajú svoje súradnice udalostí a vypočítajú interval medzi udalosťami, zhodnú sa na tej istej hodnote intervalu.

Interval a jeho invariantnosť je, po princípe relativity a myšlienke spojiť čas a priestor do priestoročasu, treťou kľúčovou myšlienkou relativity. Pomocou intervalu sa priamo alebo nepriamo definujú všetky fyzikálne zákony. V súvislosti s invariantnosťou vyplýva otázka: *Odkiaľ vieme, že platí invariantnosť intervalu?* Veď už Babylončania, Egypťania a Gréci zistili, že vzdialenosť bodov v priestore je invariantom, ale až teória relativity objavila priestoročasový interval a jeho invariantnosť. Čo potvrdzuje invariantnosť intervalu? O chvíľu dokážeme, že invariantnosť intervalu je dôsledkom princípu relativity. Je s ním v súlade. Navyše všetky dôsledky vyplývajúce z invariantnosti intervalu sú potvrdzované obrovským počtom experimentov, ani jeden ju zatiaľ nevyvrátil.

Dôkaz invariantnosti priestoročasového intervalu

Princíp relativity vyžaduje, aby priestoročasový interval mal rovnakú hodnotu vzhľadom na všetkých pozorovateľov vo všetkých inerciálnych sústavách. Prečo? Tu je dôkaz:

Uvažujte dve udalosti A, B. Nech tieto udalosti nastanú vo vašej „priehľadnej“[8] rakete bez pohonu na rovnakom mieste. Letiac v tejto rakete v čase a mieste udalosti A vyšlete svetelný záblesk smerom nahor k zrkadlu. Zrkadlo je zhodou okolností umiestnené vo vašej rakete tak, že po odraze sa záblesk vráti do rovnakého miesta, z ktorého bol vyslaný, kde pritom nastane udalosť B. Kvôli poriadku si čas, za ktorý dopadol záblesk na zrkadlo označte gréckym písmenom τ. Podľa princípu relativity v každej sústave (aj rakete) putuje svetlo rýchlosťou c, teda v rakete prejde dvakrát dráhu $c\tau$ a medzi udalosťami A, B v sústave rakety ubehne čas 2τ. Situácia je znázornená v ľavej časti obr. 2.5.



Obr. 2.5: K dôkazu invariantnosti priestoročasového intervalu.

My sa na vašu raketu dívame z laboratória (sústava laboratória), pričom vidíme, že raketa sa pohybuje rovnomerne zľava doprava. Registrujeme udalosť A a s ňou svetelný záblesk, ktorý sa potom odrazí od zrkadla. Označíme si čas, za ktorý svetlo od vyžiarenia dopadne na zrkadlo, svojim písmenom t. To preto, že nevieme o vašom označení času. Ďalej vidíme, že záblesk dopadne tam, kde nastane udalosť B. Lenže z nášho pohľadu sa zrkadlo spolu

[8]Vaša raketa je vyrobená z priehľadného materiálu.

s raketou pohybuje smerom doprava. Takže za čas t sa zrkadlo posunie o dráhu x. Aj v našej sústave vidíme, že svetlo letí rýchlosťou c. Preto sa svetlo pohybuje po lomenej dráhe dlhej dvakrát ct. Situácia je zobrazená v pravej časti obrázku. Z pohľadu laboratória je medzi udalosťami A a B priestorová vzdialenosť $2x$ a časová vzdialenosť $2t$.

Z obr. 2.5 podľa Pytagorovej vety vidíme:

$$(ct)^2 = (c\tau)^2 + x^2$$

Premiestnením x^2 na ľavú stranu rovnice dostávame:

$$(ct)^2 - x^2 = (c\tau)^2$$

Ak by vašu raketu pozoroval akýkoľvek iný pozorovateľ (rovnomerne a priamočiaro sa pohybujúci vzhľadom na vašu raketu), mohli by sme predchádzajúcu úvahu zopakovať a dostali by sme takú istú rovnicu, len na ľavej strane by boli súradnice nového pozorovateľa:

$$(ct')^2 - x'^2 = (c\tau)^2$$

Keďže pre všetkých pozorovateľov na pravej strane vystupuje vždy rovnaký výraz, pre všetkých pozorovateľov je hodnota $(ct)^2 - x^2$ rovnaká. Priestoročasový interval je invariantom. Pripomenieme, že vzdialenosti x, t a τ sú len polovičnými vzdialenosťami v priestore a čase medzi udalosťami A a B. Ale, ak $(ct)^2 - x^2$ je invariantom pre všetkých pozorovateľov, bude invariantom aj $4[(ct)^2 - x^2] = (2ct)^2 - (2x)^2$, čo je vlastne interval[9] medzi A a B.

[9] Týmto dôkazom sme ukázali len invariantnosť časupodobného intervalu, ale nie priestoru podobného. Bez dôkazu pripomíname, že aj v tomto druhom prípade je interval invariantný.

Úlohy a témy na referáty

1. Dvaja turisti (fyzici) sa stretli na jednej z bratislavských ulíc. Obaja chcú zistiť „veľmi zaujímavú vec“: ako ďaleko sa vzdušnou čiarou od nich zhruba nachádza stred bratislavského hradu. Obaja majú tie isté mapy a zvolia si svoje súradnicové sústavy s počiatkami v spoločnom mieste, kde sa teraz spolu nachádzajú. Pre jedného turistu má bratislavský hrad súradnice (210 m, 100 m), pre druhého (164,5 m, 164,5 m).

   (a) Ukážte, že hoci súradnice bratislavského hradu sú celkom odlišné pre oboch pozorovateľov, vzdialenosť je tá istá (je invariantom).

   (b) Skúste odhadnúť pomocou mapy Bratislavy (zožeňte si nejakú), na ktorom mieste asi najpravdepodobnejšie mohli byť títo turisti.

2. Počítanie s rýchlosťou $c = 3.10^8$ m/s pri výpočte priestoročasového intervalu je pomerne nepraktické. Preto fyzici používajú radšej rovnaké jednotky pre priestor aj čas. Napr. v astronómii merajú vzdialenosť aj čas v rokoch. V prípade vzdialenosti pridávajú slovo svetelný.

   (a) Vysvetlite, akú priestorovú vzdialenosť predstavuje svetelný rok?

   (b) Ak budeme vyjadrovať čas aj vzdialenosť v rokoch, akú hodnotu bude mať rýchlosť svetla?

   (c) Aký tvar bude mať priestoročasový interval? Aký bude jeho súvis s vlastným časom?

3. Na základe predchádzajúceho príkladu skúste vysvetliť, čo znamená jednotka svetelný meter, svetelná sekunda a odpovedajte na tie isté otázky (a), (b), (c). Kde by bolo používanie svetelného metra praktické (ktoré deje v prírode prebiehajú v časovej škále rádovo 1 svetelný meter?). To isté rozhodnite o svetelnej sekunde. Skúste nájsť informácie o tom, kde používajú tieto jednotky fyzici.

4. Využitím priestoročasového intervalu vypočítajte, že v úvodnom príklade (v stati) pri meraní času šofér nameria naozaj o 0,001 4 nanosekundy menej ako pozorovateľ na diaľnici.

[Upozornenie: Výsledky je potrebné počítať na veľmi presnej kalkulačke. Presné výsledky dáva napr. kalkulačka nachádzajúca sa vo Windows (v príslušenstve), prípadne je vhodné urobiť si jednoduchý počítačový program a nastaviť dvojnásobnú presnosť. Bežná kalkulačka pri takomto výpočte zvyčajne zlyhá.]

Kapitola 3

Dôsledky invariantnosti priestoročasového intervalu

Podľa teórie relativity sa svetlo pohybuje vždy konštantnou rýchlosťou. Ďalším nezvyčajným dôsledkom ŠTR je to, že žiadny materiálny objekt nesúci energiu, alebo hmotnosť (v ľubovoľnej inerciálnej sústave) sa nemôže pohybovať rýchlosťou väčšou ako $c = 3.10^8$ m/s. Prečo? V roku 1945 uviedli na Pensylvánskej univerzite do prevádzky prvý elektronický číslicový počítač ENIAC. Počítač dosiahol 2000 krát väčšiu rýchlosť pri vykonávaní operácií ako predchádzajúce elektromechanické zariadenia, lenže zaberal plochu úctyhodných 140 m^2, bolo v ňom 18 000 elektrónok a 1 500 relé a vážil zhruba 30 ton. Po objavení tranzistorov a integrovaných obvodov nastala revolúcia vo zvýšení výkonov počítačov aj v ich miniaturizácii, ktorej svedkami sme dodnes. Rozmery sa zmenšili natoľko, že dnes máme počítače, ktoré sa zmestia do dlane, pričom výkon takého počítača ďaleko presahuje výkon 30 tonového dinosaura počítačov. Ukazuje sa však, že zmenšovanie veľkosti počítača nie je „módnym výstrelkom“, ale nevyhnutnosťou. Obmedzenia na veľkosť počítačov dáva práve spomínaný dôsledok ŠTR, že nič nemôže ísť rýchlejšie ako svetlo. Ako konkrétne ovplyvňuje tento dôsledok veľkosť počítača?[1]

Rovnica $(c\tau)^2 = (ct)^2 - x^2$ vyjadruje priestoročasový interval a jeho invariantnosť. Táto rovnica patrí k najjednoduchším, ale aj k najprekvapujúcejším rovniciam fyziky. Prečo? Pozrime sa na jej veľmi nezvyčajné dôsledky. Kvôli konkrétnej predstave budeme vždy demonštrovať tieto dôsledky na dvoch sústavách: vašej pohybujúcej sa *rakete* a našom *laboratóriu* na Zemi, z ktorého pohybujúcu raketu pozorujeme.

„Naťahovanie“–dilatácia času

Sledujeme dve udalosti—udalosť A: odchod rakety zo Zeme a udalosť B: príchod ku hviezde Proxima Centauri. Nech z pohľadu laboratória x je vzdia-

[1] Odpoveď na túto otázku je obsahom jednej z úloh k tejto stati.

lenosť (vzdialenosť hviezdy a Zeme), ktorú prešla raketa za čas t rýchlosťou v. Pre astronauta obe udalosti A a B nastali na tom istom mieste a nameria medzi nimi preto vlastný čas τ. Z invariantnosti intervalu $(c\tau)^2 = (ct)^2 - x^2$ vidíme, že laboratórny čas t musí byť iný a keďže $x^2 > 0$, je čas t dlhší ako čas τ. Tomuto dôsledku preto hovoríme *dilatácia* (naťahovanie) času. Z pohľadu Zeme hodiny astronauta idú pomalšie ako hodiny na Zemi.

Rýchlosť svetla je najväčšou možnou pre materiálne objekty

Ak raketa letí rýchlosťou v, prešla z pohľadu laboratória vzdialenosť $x = vt$. Po dosadení vt za x do vzorca pre priestoročasový interval máme: $(c\tau)^2 = (ct)^2 - (vt)^2$, čo po úprave dáva:

$$\tau^2 = t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \tag{3.1}$$

Predstavme si, že by vaša raketa dosiahla rýchlosť väčšiu ako je rýchlosť svetla: $v > c$. Potom v/c (a tiež v^2/c^2) by malo hodnotu väčšiu ako jedna a výraz $1 - v^2/c^2$ v 3.1 by bol záporný. Lenže to by znamenalo, že druhá mocnina, τ^2 je záporná, ale to nie je možné, pretože žiadne reálne číslo, žiadny reálny čas nemôže po umocnení dať zápornú hodnotu.

Vzorec 3.1 sa píše este v jednej, známejšej podobe:

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ak je rýchlosť v menšia ako c, tak v^2/c^2 je menej ako 1 a všetko je v poriadku. Navyše z 3.1 vidíme opäť dilatáciu času. Pretože $1 - v^2/c^2$ je tiež menej ako 1, vzťah 3.1 dáva $\tau^2 < t^2$, resp. $\tau < t$.

„Skracovanie“–kontrakcia dĺžok

Vieme, že z pohľadu Zeme raketa preletela rýchlosťou v vzdialenosť vt, ktorú sme označili x (vzdialenosť Zem – Proxima Centauri). Naopak astronaut vidí, že jeho raketa stojí a proti nemu letí hviezda rýchlosťou v. Podľa jeho hodiniek k nemu priletí hviezda za čas τ a preto pritom prekoná vzdialenosť $v\tau$, ktorú označíme x' (je to aj vzdialenosť Zem hviezda z pohľadu astronauta). Keďže v dôsledku dilatácie času je astronautov čas τ menší ako čas t, je $x' = v\tau$ menej ako $x = vt$. Tomuto dôsledku hovoríme *kontrakcia* (skracovanie) dĺžky. Dosadením za τ môžeme tento jav zachytiť aj vzorcom:

$$x'^2 = (v\tau)^2 = v^2 t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = x^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right),$$

čo sa dá napísať aj ako

$$x' = x\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{3.2}$$

Vzťah ŠTR s newtonovskou fyzikou

Pre malé rýchlosti je ŠTR v súlade s klasickou fyzikou. V prípade malých, pre nás bežných rýchlostí, je v/c a hlavne v^2/c^2 omnoho menšie ako 1. Vtedy je $1 - v^2/c^2$ približne 1 a podľa rovnice 3.1 by čas τ bol približne rovný t a podľa 3.2 by nebolo taktiež prakticky žiadneho rozdielu medzi x' a x. Pri malých rýchlostiach je ŠTR v súlade s našou každodennou skúsenosťou a preto, či sme v pohybe alebo v pokoji nameriame rovnaký čas medzi danými udalosťami a aj rovnaké vzdialenosti medzi objektmi.

Neoddeliteľny priestoročas

Priestor a čas sú vzájomne previazané a tvoria „neoddeliteľny“ priestoročas. Čas τ, ktorý nameral astronaut, kým doletel zo Zeme na hviezdu, podľa invariantnosti intervalu $(c\tau)^2 = (ct)^2 - x^2$ závisí nielen od doby t medzi týmito udalosťami, ale taktiež od vzdialenosti x, v ktorej od seba tieto udalosti z pohľadu Zeme nastali. Obdobne to platí aj o priestore. Preto v ŠTR nikdy nehovoríme o čase a priestore osobitne, ale vždy dokopy ako o *priestoročase.*

Relatívnosť súčasnosti

Ide o jeden z dôsledkov ŠTR, ktorý „úplne protirečí zdravému rozumu“. Uvažujme dve udalosti A a B: dva výbuchy ohňostrojov, jedného v Bratislave a druhého v Košiciach, ktoré zhodou okolností nastanú naraz—súčasne. Vzorec pre interval medzi udalosťami dáva:[2] $x^2 - (ct)^2 = x^2$, pretože časová vzdialenosť t medzi A a B je nulová a priestorová x zhruba 300 km. Pozorovateľ v rakete (označme jeho súradnice s čiarkou) letiacej ponad Slovensko v dôsledku invariantnosti intervalu zisťuje: ${x'}^2 - (ct')^2 = x^2$ Už vieme, že priestorové vzdialenosti vníma ináč: $x' > x$ (kontrakcia dĺžok). Preto preň t' nie je nula. Nevníma tieto udalosti súčasne. Tento veľmi dôležitý výsledok nazývaný *relatívnosť súčasnosti* môžeme zhrnúť slovami: *Dve udalosti súčasné v jednej sústave nemusia byť súčasné v druhej, pohybujúcej sa vzhľadom na prvú.* Pri prezentovaní ŠTR Albert Einstein ukázal tento výsledok inak a to pomocou slávneho paradoxu vlaku (pozri úlohu 9 k stati 3.1). V súvislosti s vyvracaním teórie ŠTR poznamenávame, že v drvivej väčšine všetkých prípadov, keď tzv. „vyvracači“ teórie relativity našli „logické“ vyvrátenie ŠTR (a každý fyzik vám potvrdí, že sa aspoň raz s takým stretol), ide o to, že dotyčný pozabudne na relatívnosť súčasnosti.

[2] Zvyčajne pre udalosti platí $ct > x$, a interval rátame podľa vzorca $(ct)^2 - x^2$. V tomto prípade $x > ct$, takže by sme dostali záporný výsledok. Preto tu rátame interval podľa vzorca $x^2 - (ct)^2$. Pozri doplňujúcu poznámku o geometrii priestoročasu v stati 2.3.

3.1 Niektoré mylné chápania a paradoxy

Špeciálna relativita sa stala slávnou predovšetkým vďaka paradoxom. Čo sú to paradoxy? Pozrime sa, čo si pod nimi predstavuje nositeľ Nobelovej ceny, Richard Feynman: *„Pod paradoxom rozumieme takú situáciu, ktorá pripúšťa jednu odpoveď pri jednom spôsobe analýzy a inú odpoveď pri druhom spôsobe analýzy, takže sme v pomykove, čo by sa vlastne malo stať. Vo fyzike, samozrejme, neexistujú skutočné paradoxy, lebo vždy je len jedna správna odpoveď; aspoň veríme, že príroda postupuje len jedným spôsobom (a to je, prirodzene, ten správny spôsob). Vo fyzike je teda paradox iba zmätok nášho chápania.“*[3]
Parafrázujeme Roberta Gravesa[4], keď povieme, že pri riešení relativistických paradoxov postupujeme od *zmätku nášho chápania* k *chápaniu nášho zmätku.* Aké paradoxy obsahuje ŠTR?

Špeciálna teória relativity spočíva na princípe konštantnej rýchlosti svetla, potvrdenom experimentom, tvrdiacom, že svetlo sa v každej inerciálnej sústave šíri rovnakou rýchlosťou c, nezávisle od toho, akou rýchlosťou sa pohybuje zdroj svetla. Tento princíp je v rozpore so „zdravým rozumom“ a preto nie je prekvapujúce, že ŠTR vedie k paradoxom. Spomenieme tu niekoľko paradoxov a upozorníme aj na nesprávne pochopenia niektorých myšlienok ŠTR[5].

Čerenkovovo žiarenie

Jeden z dôsledkov ŠTR hovorí, že žiadny materiálny objekt (nesúci energiu alebo hmotnosť) sa nemôže pohybovať rýchlejšie ako svetlo vo vákuu. Boli však pozorované napr. elektróny, ktoré sa pohybovali rýchlejšie ako svetlo. Obidve tvrdenia sú pravdivé. Ako je to možné? Všimnite si, že v druhom tvrdení sme nespomenuli slová *vo vákuu.* Ak totiž sledujete pohyb svetla vo vode, kde svetlo putuje zhruba rýchlosťou $3/4c = 2,25.10^8$ m/s, potom je elektrón pohybujúci sa rýchlosťou $2,5.10^8$ m/s rýchlejší ako svetlo. Pri takom pohybe vytvára dokonca svetelnú rázovú vlnu podobnú tej, ktorú vytvára nadzvukové lietadlo vo vzduchu. Toto žiarenie sa experimentálne pozorovalo a nazýva sa Čerenkovovo žiarenie.

[3]Feynman, R. P. et. al.: *Feynmanove prednášky z fyziky*, 3. diel, Alfa, Bratislava, 1988, úvod do state 17.4.

[4]Konkrétne jeho báseň *In Broken Images.* Jej text v angličtine ľahko nájdete na Internete.

[5]Dokonca aj slovné spojenie „teória relativity“ býva často mätúcim a nepochopeným, takže z úst laikov počujeme slová: „Podľa teórie relativity je všetko relatívne!“ Sám Albert Einstein sa názvu teória relativity dlhé roky vyhýbal. Je pravdou, že vzájomne sa pohybujúci pozorovatelia vnímajú inak čas a priestor, čiže tieto veci sú relatívne, lenže táto vlastnosť nie je základnou vecou relativity. To, čo nazývame teóriou relativity je založené na fundamentálnom princípe—princípe relativity, tvrdiacom, že zákony prírody nezávisia na voľbe pozorovateľa. Tieto zákony *nie sú relatívne*, sú *rovnaké* pre každého.

Medziplanetárne lety

Hviezda Canopus je vzdialená 99 svetelných rokov od Zeme. Nič sa nemôže pohybovať rýchlejšie ako svetlo vo vákuu, preto sa núka nasledujúca úvaha: (1) *„Keby sme postavili raketu, ktorá pôjde maximálnou možnou rýchlosťou, rýchlosťou svetla, tak tam dorazí za 99 rokov. Ak uvážime 20 ročného astronauta odlietajúceho zo Zeme, tak v čase príletu na Canopus by mal 119 rokov, takže cesta na Canopus počas jedného ľudského života je nemožná.“*

V skutočnosti to nie je pravda. Hraničná rýchlosť nás neobmedzuje a na Canopus sa môžeme dostať aj za 10 rokov. V súvislosti s hodnotou 10 rokov býva okamžite položená námietka: (2) *„Ak by raketa prešla 99 svetelných rokov za 10 rokov, znamenalo by to 9,9 svetelného roka za rok, čiže 9,9 násobnú rýchlosť svetla!“* Kde je chyba? V úvahe (1) sa vzdialenosť aj čas z pohľadu Zeme prisúdila pohybujúcemu astronautovi, čo je správne len pri veľmi malých rýchlostiach. Podľa ŠTR má každý pozorovateľ svoje vzdialenosti a časy. Pozorovateľ v rakete s rýchlosťou $v = 0,995c$ ide z pohľadu Zeme 99,5 roka a prekoná vzdialenosť 99 svetelných rokov. Z pohľadu rakety beží čas pomalšie a bude $100\sqrt{1 - 0,995^2} = 10$ rokov (dilatácia času) a takisto dôjde k skráteniu vzdialenosti, ktorá bude $99\sqrt{1 - 0,995^2} = 9,95$ svetelného roka. V úvahe (2) sme podelili vzdialenosť zo sústavy Zeme, časom v sústave rakety, čo je nezmysel. Je to taký istý nezmysel ako výpočet priemerného denného platu v marci spôsobom, že celý plat za marec podelíme počtom odpracovaných dní v júni. Zmysel má deliť len vzdialenosti a časy v rámci jednej sústavy a v oboch prípadoch vyjde rýchlosť 0,995. Vo všeobecnosti vieme vždy nájsť takú rýchlosť rakety (menšiu ako c), že spomalenie času a skrátenie dĺžky nám dovolí cestovať do akéhokoľvek vzdialeného miesta vo vesmíre. *Hraničná rýchlosť c nie je hraničnou pre vzdialenosti v priestore.*

Štyrikrát rýchlejšie ako svetlo

Sme na Kriváni a dívame sa smerom na Košice. Ďalekohľadom vidíme, že sa k nám blíži lietadlo štvornásobkom rýchlosti svetla. Je to možné? Tradičná odpoveď: „Nič sa nemôže pohybovať rýchlejšie ako svetlo ani raketa, nie je to možné!“. Lenže tvrdenie môže byť naozaj pravdivé. Ak si ho pozorne prečítame, netvrdí sa v ňom, že lietadlo sa *pohybuje* štyrikrát rýchlejšie ako svetlo, ale že *my vidíme* lietadlo pohybovať sa rýchlejšie ako svetlo.

Kým uvedieme vysvetlenie spomenieme, že obdobný problém vznikol v astrofyzike pri pozorovaní kvazarov[6]. Niektoré kvazary sú zložené z dvoch, alebo viacerých zložiek. Pri pozorovaní týchto zložiek sa namerala nadsvetelná rýchlosť ich vzájomného vzďaľovania. Ako sa ukázalo, ide však o *zdan-*

[6]Kvazary alebo kvázistelárne objekty sú najsilnejšími zdrojmi energie, ktoré poznáme, alebo vidíme v celom vesmíre. Ukázalo sa, že sú vzdialené od nás miliardy svetelných rokov. Hoci je typický kvazar omnoho menší než hociktorá galaxia, dokáže vyžiariť 100 krát viac energie ako naša Mliečna dráha so stovkami miliárd hviezd. Predpokladá sa, že také intenzívne žiarenie je spôsobené supermasívnymi čiernymi dierami v ich strede.

livú rýchlosť. V skutočnosti sa vzďaľujú od seba podsvetelnou rýchlosťou, ale dopadajúce svetlo kvôli svojej konečnej rýchlosti vyvolá dojem nadsvetelnej rýchlosti. Už sme sa stretli s dopadom kométy na Jupiter a asteroidu na Mesiac v stati 2.1. Najprv dopadla kométa, potom asteroid, ale kvôli konečnosti rýchlosti svetla sme to videli naopak.

Zvoľme[7] si dva svetelné záblesky, ktoré nám sprostredkujú obraz lietadla z dvoch rôznych polôh, lietadla napr. nad Košicami a nad Popradom. Lietadlo prilieta z Košíc. Nech svetlelný záblesk K k nám nesie obraz lietadla letiaceho nad Košicami. Ak je rýchlosť lietadla $v < c$, tak za určitý čas t doletí do Popradu, a vtedy „vyštartuje“ záblesk P s obrazom lietadla nad Popradom. Pritom vzdialenosť vt je vzdialenosťou Košice-Poprad. Za tento čas t prejde záblesk K dráhu $ct > vt$, takže má náskok $ct - vt$ pred zábleskom P. Keďže obidva záblesky letia rovnakou rýchlosťou, tento rozdiel sa už nemení. Po tom, čo dopadne do nášho oka záblesk K, dorazí do oka druhý záblesk P v časovom odstupe $(ct - vt)/c$. Nám sa bude zdať, že za takýto čas preletelo lietadlo z Košíc do Popradu, pretože záblesk K ukazuje lietadlo nad Košicami a záblesk P nad Popradom. Zdanlivá rýchlosť rakety bude:

$$v_{\text{zdanlivá}} = \frac{(\text{vzdialenosť Košice-Poprad})}{(\text{zdanlivý čas})} = \frac{vt}{(ct - vt)/c} = \frac{vc}{c - v}$$

Zo vzorca môžeme ľahko vidieť, že pre v blížiace sa k c rastie zdanlivá rýchlosť nad všetky medze[8]. Stačí teda, aby lietadlo letelo dostatočne rýchlo. Napr. po dosadení $v = 4/5c$ dostávame $v_{\text{zdanlivá}} = 4c$.

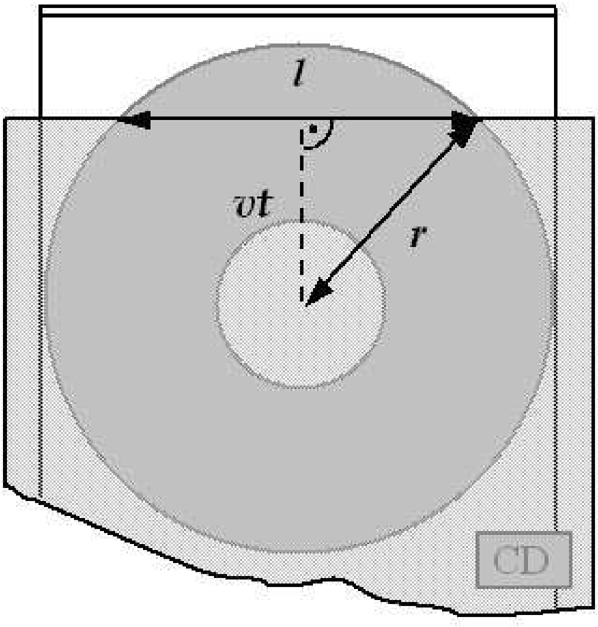
Paradox CD mechaniky a paradox nožníc

Kým predchádzajúce príklady hovorili o zdanlivých nadsvetelných rýchlostiach, alebo o rýchlosti svetla v materiálnom prostredí, samotné objekty sa vždy pohybovali rýchlosťou menšou ako je rýchlosť svetla. Lenže existujú skutočne objekty, u ktorých je pohyb rýchlejší ako pohyb svetla vo vákuu. Dokonca ich netreba špeciálne hľadať. Príkladom je CD mechanika— štandardná súčasť každého počítača. Hoci sa CD platňa zasúva do otvoru mechaniky určitou konštantnou rýchlosťou $v << c$, mizne „cédečko“(ďalej len CD) v mechanike nadsvetelnou rýchlosťou. Ako je to možné? Pozrite sa na obr. 3.1, v ktorom v je rýchlosť zasúvania, r je polomer CD, l je dĺžka úsečky, ktorú vytvárajú práve miznúce body okraja CD a t je čas, ktorý sme začali merať od polovice zasunutia CD. Z obrázka využitím Pytagorovej vety máme $l = 2\sqrt{r^2 - (vt)^2}$. Ak vypočítame rýchlosť s akou sa zmenšuje vzdialenosť l (napr. pomocou derivácie), uvidíme, že táto rýchlosť rastie nad všetky medze. Takže tesne pred celým zmiznutím CD hravo presiahne rýchlosť svetla. Bez derivácie sa o tom môžete presvedčiť aj pomocou grafu l

[7] Odporúčame kresliť si obrázok.

[8] Nakreslite si napríklad graf funkcie $y = xc/(c - x)$.

ako funkcie t (alebo vt) a to sledovaním sklonu dotyčnice ku grafu, ktorý predstavuje rýchlosť zmeny l. V záverečnej fáze zasúvania sa sklon dotyčnice (rýchlosť) blíži k nekonečnu.



Obr. 3.1: Paradox CD mechaniky.

Podobne dosahuje bod dotyku nožníc a papiera pri strihaní v istej fázi nadsvetelnú rýchlosť[9]. Ide o porušenie ŠTR? Nie! ŠTR hovorí, že materiálne objekty, ktoré nesú hmotnosť alebo energiu, signály prenášajúce správu, nemôžu ísť rýchlejšie ako svetlo. V oboch našich prípadoch, bod dotyku nožníc a papiera ani úsečka na CD nie sú materiálne objekty a nedá sa nimi prenášať ani informácia.

Paradox dvojčiat

Môžu v princípe existovať dvojčatá, z ktorých je jedno o 4 roky staršie ako druhé? Prečítajte si nasledujúci príbeh: Je ďaleká budúcnosť. Dvojčatá Adam a Boris dnes oslávili spoločných 20 rokov a práve sa lúčia. Adam zostáva na Zemi a Boris nasadá do rakety, ktorá vyletí rýchlosťou $v = 4/5\ c$ od Zeme k hviezde vzdialenej od Zeme 4 svetelné roky. Keď Boris doletí k hviezde, nezdrží sa a hneď *prestúpi* na *druhú raketu* smerujúcu k Zemi, znovu rýchlosťou $v = 4/5\ c$. Dorazí na Zem a zvíta sa so svojím bratom Adamom.

[9] A samozrejme dajú sa nájsť aj ďalšie príklady.

Adam medzitým zostarol o 10 rokov a oslavuje tridsiatku. Avšak Boris bude mať pri návrate na Zem len 26 rokov, teda bude o štyri roky mladší ako jeho dvojča. Prečo? Sledujte vysvetlenie: Uvažujme tri udalosti: udalosť 1—odchod Borisa zo Zeme; udalosť 2—prestup na druhú raketu pri hviezde; udalosť 3—návrat Borisa na Zem. Čas, ktorý uplynie v sústave Zeme (o Zemi predpokladáme, že sa v podstate nepohybuje) medzi udalosťami 1 a 2 bude

$$t = s/v = (4 \text{ svetelné roky}) / \left(\frac{4}{5} \frac{\text{svetelného roka}}{\text{rok}} \right) = 5 \text{ rokov}$$

O toľko zostarne medzi udalosťami 1 a 2 Adam, ktorý je v pokoji v sústave Zeme. Čas, o ktorý zostarne medzi udalosťami 1 a 2 Boris, pre ktorého obe udalosti nastávajú na tom istom mieste, bude vlastný čas medzi udalosťami, $\tau = t\sqrt{1 - v^2/c^2} = (5\text{rokov})\ \sqrt{1 - (4/5)^2} = 3$ roky. Podobne možno zistiť, že pri ceste späť, medzi udalosťami 2 a 3 zostarne Adam o 5 rokov a Boris o 3 roky. Keď sa teda stretnú, bude Adam starší o $5 + 5 = 10$ rokov a Boris o $3 + 3 = 6$ rokov.

Naozaj teda môžu existovať dvojčatá, z ktorých je jedno o 4 roky staršie ako druhé!

3.2 Paradox detonátora

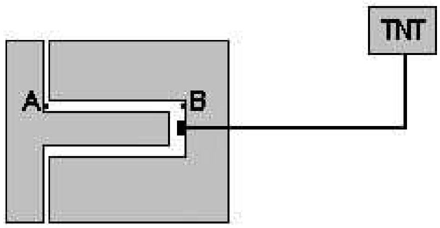
Súčiastka v tvare písmena U, ktorá je vyrobená z najpevnejšej ocele, obsahuje detonačný spínač, ktorý je drôtom spojený s jednou tonou výbušniny TNT, ako to ukazuje obr. 3.2a. Druhá súčiastka, v tvare písmena T, vyrobená z tej istej ocele sa dá vložiť do U-čka. Jej dlhšie rameno má takú dĺžku, že keď sú obe súčiastky v laboratóriu v pokoji, tak sa *skoro* dotýka spínača detonátora.

Súčiastku v tvare T-éčka premiestnime ďaleko doľava a urýchlime na vysokú rýchlosť. V takom prípade bude relativisticky skrátená v smere pohybu. Jej dlhé rameno nebude dostatočne dlhé na to, aby v momente zrážky dosiahlo detonačný spínač, ako to vidno na obr. 3.2b. Preto explózia *nenastane.*

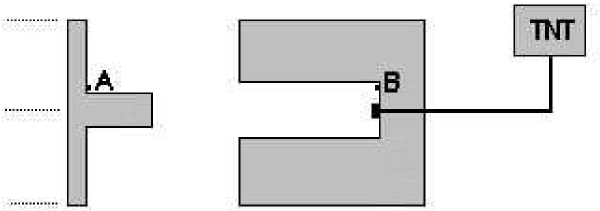
Pozrime na tú istú situáciu v pokojovej sústave T-éčka, ako ju znázorňuje obr. 3.2c. V tejto sústave nastáva „opačná situácia". Dlhé rameno T-éčka má svoju pokojovú dĺžku, zatiaľ čo relativisticky skrátené sú dve ramená U-čka. Preto rameno T-éčka určite narazí do spínača a *nastane* strašná explózia.

Čo z toho je pravda? *Nastane*, alebo *nenastane* explózia? Predtým, ako budete čítať ďalej skúste porozmýšľať a vybrať si svoj tip.

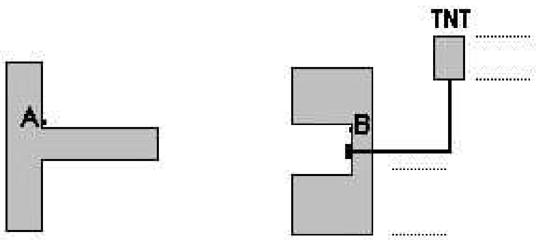
Správnou odpoveďou je, že *nastane* explózia. Analýza v pokojovej sústave T-éčka je správna, zatiaľ čo analýza z pohľadu pokojovej sústavy U-čka nebola „dotiahnutá do konca", z čoho vyplynul nesprávny záver. Je naozaj pravdou, že keď sa časti U a T dotknú, nebude koniec T-éčka dosahovať až



(a) Obe v pokoji.



(b) Pokojová sústava U-čka



(c) Pokojová sústava T-éčka

Obr. 3.2: K paradoxu detonátora.

ku spínaču. Avšak nezávisle na tom, aká pevná je oceľ, z ktorej sú súčiastky vyrobené, *informácia* sa v nej môže šíriť nanajvýš rýchlosťou svetla, takže to potrvá určitú dobu, kým informácia o dotyku súčiastok dôjde ku koncu T-éčka. Počas tejto doby koniec T-éčka stihne vždy dosiahnuť spínač a spôsobiť explóziu.

Rovnako dobre môžno vysvetliť situáciu z pohľadu atómovej štruktúry ocele a síl pôsobiacich medzi jej atómami. Tieto sily určujú vlastnosti ocele. Vzájomné pôsobenie medzi atómami, ktoré drží súčiastku T pokope, sa medzi atómami nešíri okamžite, ale vždy sa šíri nanajvýš rýchlosťou c. Atómy konca T-éčka putujú dovtedy, kým ich nedostihne elektromagnetické pole zapríčiňujúce sily a šíriace sa rýchlosťou svetla. Za tento veľmi krátky čas sa stihne dlhšie rameno T mechanicky natiahnuť na takú dĺžku, že vždy zopne spínač. Vo všeobecnosti hovoríme, že v dôsledku konečnej rýchlosti svetla nemôže byť žiaden materiál dokonale pevný.

Podrobnejšie vysvetlenie: Poďme si situáciu ozrejmiť podrobnejšie a ukázať, že dlhé rameno súčiastky T sa vždy dokáže natiahnuť natoľko, že zopne spínač. Predpokladajme, že vzdialenosť medzi spínačom a „ústím“ U-čka je l v pokojovej sústave U-čka a že v pokojovej sústave T-éčka je dĺžka dlhého ramena T-éčka rovná fl, pričom f je koeficient blížiaci sa k jednotke. Zrejme $f < 1$.

V pokojovej sústave U-čka, v ktorej sa T-éčko pohybuje k U-čku rýchlosťou v, je T-éčko, aj jeho dlhé rameno relativisticky skrátené, takže dĺžka ramena T-éčka bude $fl\sqrt{1 - v^2/c^2} < l$. Predpokladajme, že k prvému kontaktu medzi súčiastkami dôjde v čase $t = 0$. Informácia o tom, že sa kusy zrazili, musí prejsť najmenej dráhu, rovnú dĺžke ramena T-éčka, ktorá je $fl\sqrt{1 - v^2/c^2}$, aby dosiahla koniec ramena. Predpokladajme, že sa táto informácia šíri rýchlosťou svetla (vo všetkých sústavách). Pokiaľ táto informácia nedosiahne koniec ramena T-éčka, nebude tento „vedieť“ o tom, že nastala zrážka, takže pokračuje v pohybe s nezmenenou rýchlosťou v.

Nech x-ová súradnica „ústia“ U-čka je 0. Potom spínač je na súradnici $x = l$. V čase t je koniec dlhého ramena T-éčka v polohe $fl\sqrt{1 - v^2/c^2} + vt$. Poloha informácie je ct. Koniec ramena určite nezastane pred časom t_z daným rovnicou

$$fl\sqrt{1 - v^2/c^2} + vt_z = ct_z$$

s hodnotou

$$t_z = \frac{fl\sqrt{1 - v^2/c^2}}{c - v}$$

V tomto čase je koniec ramena T-éčka na pozícii

$$x_z = ct_z = \frac{cfl\sqrt{1 - v^2/c^2}}{c - v} = fl\sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$$

Je zrejmé, že explózia nastane, ak $x_z \geq l$. Túto nerovnicu možno po jednoduchých úpravách upraviť na tvar

$$v \geq c\frac{1 - f^2}{1 + f^2}$$

V zadaní úlohy sa hovorí o tom, že dlhšie rameno T-éčka sa skoro dotýka spínača, keď sú T-éčko a U-čko navzájom v pokoji. To znamená, že $f \to 1$. Pre f blížiace sa k jednotke nadobudne posledná nerovnica tvar: $v > 0$. Z toho je vidieť, že pri ľubovoľnej kladnej rýchlosti vzájomného pohybu súčiastok stihne koniec ramena T-éčka stále naraziť do detonačného spínača ešte predtým, ako k nemu dôjde informácia o zrážke v bode A. Explózia teda naozaj *nastane* aj z pohľadu U. Ešte si je dobré všimnúť porušenie poradia udalostí. Z pohľadu T-éčka nastala zrážka v bode B pred zrážkou v bode A. Z pohľadu U-čka bolo poradie zrážok opačné.

Úlohy a témy na referáty

1. Raketa sa vzďaľuje od slnečnej sústavy rýchlosťou $0,98c$. Pozorovateľ sleduje z rakety Zem obiehajúcu okolo Slnka. Ako dlho trvá pre pozorovateľa jeden obeh Zeme okolo Slnka?

2. V roku 1972 obletela svet správa s titulkom: Einsteinov paradox dvoch hodín potvrdený. Americkí fyzici J. C. Hafele a R. E. Keating poskytli prvé praktické potvrdenie dilatácie času predpovedané teóriou relativity. Podľa ich projektu počas októbra 1971 obletelo štvoro césiových atómových hodín (pozri obr. 3.3.[10]) na pravidelných leteckých linkách dvakrát okolo celej zemegule, jeden krát v smere na východ a druhýkrát na západ, s cieľom otestovať dilatáciu času. Pritom sa merali časové rozdiely medzi pohybujúcimi sa hodinami a referenčnými atómovými hodinami v Naval Observatory. Zistite podrobnejšie informácie o tomto projekte; nájdite kvalitatívny popis experimentu; oneskorili sa všetky hodiny rovnako? Aké boli výsledky? Zistite, aké ďalšie experimenty potvrdzujú dilatáciu času.

Obr. 3.3: Atómové hodiny uložené v jednom z lietadiel.

3. Súčasné bežné osobné počítače vykonávajú okolo 100 000 000 operácií za sekundu[11]. Pri vykonávaní jednotlivých inštrukcií pracuje procesor počítača nasledujúcim spôsobom (ide o približný model): 1. Nájdenie požadovaných dát v pamäti. 2. Zaslanie dát do procesora. 3. vykonanie operácie. 4. Zaslanie výsledku do pamäti. 5. Uloženie výsledku v pamäti.

    (a) V ktorých etapách sa evidentne prenáša signál, t.j. dochádza k prenosu dát

[10]Prevzaté z knihy Mulligan, J.F.: *Introductory College Physics*, McGraw-Hill, New York, 1985, str.20

[11]Pre porovnanie prvý IBM PC dosahoval rýchlosť 3 500 operácií za sekundu.

(b) Bez ohľadu na to na akom princípe funguje počítač, aká môže byť maximálna rýchlosť prenosu dát podľa ŠTR?

(c) Aj keď je rýchlosť svetla obrovská, momentálne robí vrásky na čele konštruktérom počítačov. Využitím odpovede na časť (b) vysvetlite prečo platí, že čím viac operácií za sekundu počítač vykonáva, tým bližšie musí byť procesor k pamäti, čiže počítač musí mať „menšiu veľkosť“.

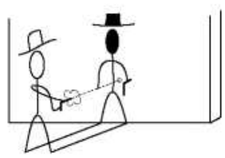
(d) Keď predpokladáme, že procesor vykonáva operácie postupne za sebou, odhadnite, akú maximálnu veľkosť môže mať (t.j. aká maximálna vzdialenosť medzi procesorom a pamäťou) pre počítač s 10^8 operáciami za sekundu

(e) Ako sa zmení situácia, ak budeme chcieť vyrobiť počítač vykonávajúci 10^{12} operácií.

Keďže vývoj v oblasti počítačov ide nesmierne rýchlo dopredu, napr. pomocou Internetu skontrolujte alebo nájdite, čo najaktuálnejšie čísla pre túto úlohu. Skúste vyhľadať reálne údaje o veľkosti spomínaných počítačových komponentov. Skúste nájsť spresňujúce informácie o tom, ako vykonáva procesor inštrukcie a ako spolupracuje s pamäťou.

4. Predstavte si, že ste vy a váš priateľ v prázdnom vesmíre. Medzi vami je veľmi dlhý oceľový drôt. Ak potiahnete drôt k sebe, priateľ hneď zaregistruje pohyb svojho konca drôtu od seba, čím mu vlastne pošlete signál. Ale tento signál sa šíri nekonečnou rýchlosťou, čo je v spore s ŠTR. Kde je v úvahe chyba? Ako v skutočnosti bude zasielanie takýchto signálov prebiehať?

5. V jednom z kreslených filmov o divokom západe, pištoľník strieľa rýchlejšie ako tieň—viď obr. 3.4.[12] Keďže sa svetlo šíri len konečnou rýchlosťou, mohlo by to byť reálne. Skúste rozanalyzovať danú situáciu (spoločná diskusia by bola ideálna), kreslite obrázky, porovnajte rýchlosť ruky s rýchlosťou svetla. Nakoniec zhodnoťte, či je možné strieľať rýchlejšie ako svoj tieň.



Obr. 3.4: Pištoľník a jeho tieň.

[12]Prevzaté z knihy Schiller, Ch., *Motion Mountain*, 2003, kap. 2, *Special relativity*, dostupné na `http://www.motionmountain.net`

6. Môže byť syn starší ako jeho otec? Skúste na základe dilatácie času ŠTR odôvodniť svoju odpoveď. Vymyslite si konkrétne reálne údaje, a výpočtom svoju odpoveď zdôvodnite.

7. Zoberme dve rúrky s rovnakými priemermi. Pričom jedna zostane v laboratóriu v pokoji a druhá sa bude proti tejto rúrke pohybovať. Vysvetlite, prečo nemôže nastať kontrakcia v priečnom rozmere (t.j. nemôže sa zmenšovať polomer rúrky).

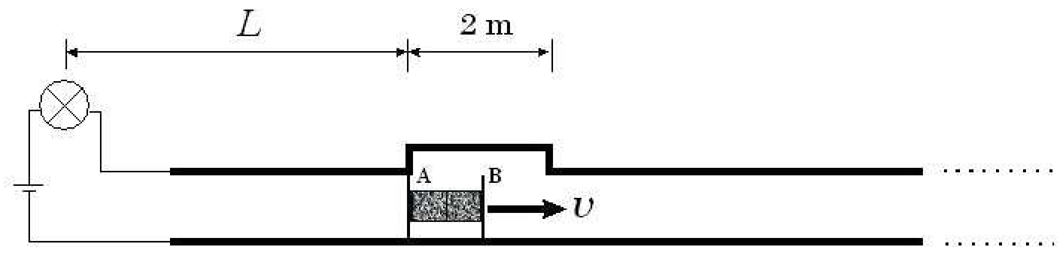
8. V knihe *Pán Tompkins v krajine zázrakov* fyzik George Gamow popisuje zážitky úradníka, ktorý pri prednáške z teórie relativity zaspí a sníva sa mu o tom, že je vo svete, kde hraničná rýchlosť nie je väčšia ako bežná rýchlosť na bicykli. Nedávno vyšlo nové vydanie doplnené ďalším autorom Russellom Stannardom. Vypožičajte si knihu z knižnice a na základe nej pripravte referát aj s obrázkami o tom, ako by sme vnímali priestor aj čas, ak by sme sa pohybovali rýchlosťou blízkou hraničnej rýchlosti.

9. Relatívnosť súčasnosti ilustroval kvalitatívne a jednoducho Albert Einstein na paradoxe vlaku, kde využil idúci vlak a princíp relativity. Pri dilatácii času zase využil svetelné hodiny a opäť princíp relativity. Nájdite informácie o týchto vysvetleniach a na ich základe ukážte relatívnosť súčasnosti a dilatáciu času.

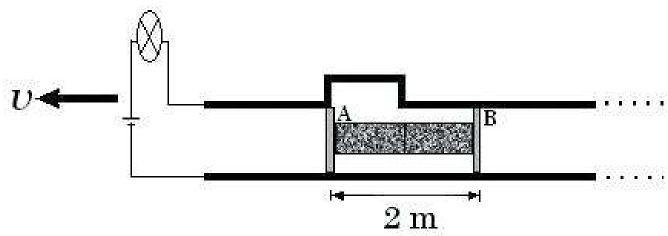
10. *Projekt: Blikne alebo neblikne?* [13] Dve dlhé rovnobežné vodivé koľajnice sú na jednom konci otvorené a na druhom elektricky spojené cez žiarovku a batériu, ako to ukazuje obr.3.5a. Na jednej z koľajníc je pravouhlá zvislá odbočka dva metre dlhá. Medzi koľajnicami sa bez trenia pohybuje súčiastka tvaru H, ktorej dve zvislé ramená sú vodivé a ich vodorovné prepojenie je z dobrého izolátora. Predpokladajte, že zvislé ramená súčiastky H nie sú dokonalé vodiče, takže pri dostatočne silnej batérii bude napätie medzi koľajnicami nenulové aj vtedy, keď sú spojené zvislými ramenami súčiastky H. Ak ľubovoľné zo zvislých ramien súčiastky H spája dve koľajnice, elektrický obvod je uzavretý a žiarovka môže svietiť.

    Pokojová dĺžka súčiastky H je tiež 2 metre, ale pohybuje sa takou rýchlosťou, že je v sústave koľajníc relativisticky skrátená na 1 meter. Takto ale existuje v sústave koľajníc časový úsek, v ktorom nie je ani jedno zvislé rameno súčiastky v kontakte s hornou koľajnicou. Keďže je počas tohto časového úseku obvod otvorený, žiarovka by mala prestať svietiť a potom, po jeho skončení opäť zasvietiť. Inými slovami: mala by bliknúť.

[13] Na riešenie tohto paradoxu čitateľ príde, keď si prejde interaktívny učebný materiál *Blikne, či neblikne*, ktorý je na adrese `http://vk.upjs.sk/~tuleja/vscience/materialy/paradoxy/`



(a) Sústava koľajníc



(b) Sústava súčiastky H

Obr. 3.5: K projektu *Blikne alebo neblikne?* Súčiastka a koľajnice sa navzájom pohybujú takou rýchlosťou, že sú relativisticky skrátené na polovicu.

V sústave súčiastky je súčiastka v pokoji (obr.3.5b). Jej dĺžka sa rovná jej pokojovej dĺžke—2 metre, zatiaľ čo koľajnice, žiarovka a batéria sa pohybujú doľava takou rýchlosťou, že sú v smere svojho pohybu dva krát skrátené. Odbočka v hornej koľajnici je relativisticky skrátená na dĺžku 1 meter. Preto v sústave súčiastky bude stále aspoň jedno z jej ramien prepájať koľajnice, takže obvod nebude nikdy rozpojený a žiarovka by nikdy nemala prestať svietiť—nemala by bliknúť!

Tí, ktorí sa snažia vyvrátiť teóriu relativity kričia: „Paradox! V pokojovej sústave koľajníc žiarovka najprv zhasne a potom sa opäť rozsvieti—blikne. Naproti tomu v pokojovej sústave súčiastky H žiarovka svieti neprerušene—neblikne. Ale predsa všetci pozorovatelia sa musia zhodnúť na tom, či žiarovka blikla, alebo nie! Preto je relativita chybná! “

Analyzujte tento problém dostatočne detailne a buď potvrďte túto výčitku nepriateľov relativity, alebo v nej nájdite chybu. Takže: Blikne, alebo neblikne?

Kapitola 4

Hybnosť a energia v ŠTR

ŠTR je neodmysliteľnou súčasťou časticovej fyziky (fyziky elementárnych častíc). Hľadanie odpovedí je pre časticového fyzika jedným z najväčších dobrodružstiev. Z istého pohľadu pripomína jednu obrovskú, ale aj mimoriadne náročnú detektívku. Prečo? Predstavte si, že by vašou úlohou bolo zistiť a popísať na akom princípe pracujú dedkove náramkové hodinky. Poviete si: „ak by sme hodinky otvorili, postupnou analýzou zistíme, ako zapadá jedno koliesko do druhého, ako pružinka roztáča celý mechanizmus koliesok, atď. Po istej dobe by bolo možné pochopiť ako zhruba tieto hodinky fungujú.“ Lenže hodinky odolávajú všetkému náradiu. V každom prípade je tu možnosť riešiť problém hrubou silou. Buď použijete kladivo alebo hodíte hodinky z celej sily o zem! Hodinky síce povolia, ale štúdium hŕby koliesok a niekedy aj úlomkov je nezávideniahodná úloha, horšia ako hľadať ihlu v kope sena.

A práve v takejto situácii sú časticoví fyzici. Jediným spôsobom ako odhaliť vlastnosti hmoty, resp. elementárnych častíc je ostreľovať nimi rôzne terčíky alebo sledovať zrážky proti sebe idúcich zväzkov častíc (to zodpovedá hádzaniu hodiniek oproti sebe). Dokonca je tu jedna ďalšia komplikácia. Pri veľkých rýchlostiach vzniká v zrážkach obrovské množstvo nových častíc. (Pri hodinkách nové kolieska nevznikajú!). Preto časticový fyzik (ako Sherlock Holmes) študuje pri zrážkach mimoriadne komplikované situácie a diagramy. Našťastie príroda poskytuje fyzikom jednu užasnú jednoduchosť. Ak fyzik vypočíta energiu a hybnosť častíc pred a po zrážke, hodnota týchto veličín sa nemení, nech by bola zrážka akokoľvek zložitá. Experimenty však ukázali, že pri týchto výpočtoch nie je možné použiť klasický výraz mv pre hybnosť, či $1/2\, mv^2$ pre kinetickú energiu, ale ich relativistické verzie. Ako vyzerajú relativistické verzie vzťahov pre energiu a hybnosť?

4.1 Definícia hybnosti a energie

Uvažujme elementárnu časticu (napr. elektrón), ktorá sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v v laboratóriu v nejakom urýchľovači. Podľa klasickej (Newtonovej) fyziky má hybnosť tejto častice veľkosť[1]:

$$p = mv = m\frac{x}{t} \tag{4.1}$$

kde pod x rozumieme vzdialenosť, ktorú prešla pohybujúca sa častica za čas t. Vzdialenosť x a čas t, môžu predstavovať z pohľadu laboratória napr. priestorovú a časovú vzdialenosť dvoch udalostí—vyžiarení dvoch zábleskov svetla časticou, ktoré nastali po sebe.

Môžeme si všimnúť, že Newtonova mechanika používa na definíciu hybnosti zmenu polohy x a čas t medzi udalosťami, pričom je táto definícia založená na predpoklade, že čas t v laboratóriu je univerzálnou veličinou, rovnakou pre všetkých pozorovateľov. Lenže z predchádzajúcej state vieme, že podľa ŠTR vďaka dilatácii času laboratórny čas t medzi dvomi udalosťami nemá rovnakú hodnotu ako čas medzi nimi v sústave rakety. Invariantom ŠTR je však vlastný čas τ, ktorý namerajú hodinky, ktoré si nesie elektrón[2].

Z tohto poznatku vychádza ŠTR. Hybnosť v nej definujeme následovne:

$$p = m\frac{x}{\tau} \tag{4.2}$$

Využitím vzorca pre dilatáciu času $\tau = t\sqrt{1 - v^2/c^2}$ a faktu, že rýchlosť $v = x/t$ dostávame relativistický výraz pre hybnosť:

$$p = m\frac{x}{t\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{alebo} \qquad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{4.3}$$

Veličina m je vo všetkých týchto vzorcoch hmotnosť častice meraná v jej sústave, teda v pokoji, podobne ako jej vlastný čas τ. Niektorí autori (aj „stará“ učebnica) označujú túto hmotnosť m_0 a výraz $m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ chápu ako *relativistickú* hmotnosť m, ktorá sa mení v závislosti na vzťažnej sústave. Tým si hybnosť 4.3 zachováva svoj newtonovský tvar $p = mv$.

Nárast hybnosti s rýchlosťou častice však možno chápať nie ako dôsledok nárastu hmotnosti, ale skôr ako prejav vlastností priestoročasu, pretože podľa vzorca 4.2 vlastný čas τ spôsobuje prídavný faktor $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Pod označením m pritom chápeme z tohto druhého pohľadu vždy len jednu hmotnosť a to hmotnosť častice meranú v jej pokojovej vzťažnej sústave. Táto

[1] Opäť nebudeme kvôli jednoduchosti zápisu používať symbol Δ na označenie rozdielu súradníc. Presnosti chtivý čitateľ si ho vo všetkých vzorcoch iste doplní bez problémov do všetkých rovníc, ak to potrebuje.

[2] Samozrejme, že elektrón nenosí žiadne hodinky. Myslíme tým hodinky pozorovateľa, ktorý a pohybuje spolu s elektrónom, pričom elektrón je vzhľadom na tohto pozorovateľa v pokoji. V skratke povedané myslíme tým hodinky v sústave elektrónu.

hmotnosť je pre všetkých pozorovateľov invariantom (podobne ako vlastný čas τ). Vo fyzike elementárnych častíc je bežnejšia táto druhá symbolika, ktorej sa budeme pridŕžať.

Terminologická poznámka.
Máme tu dva rôzne pohľady na hmotnosť. Mení sa hmotnosť alebo sa nemení? Ktorá interpretácia, resp. terminológia je správna, resp. ktorú používať? Z matematického hľadiska sú správne obe, pretože vedú k tým istým výsledkom. Obe interpretácie netreba chápať ako konkurenčné ale skôr ako navzájom sa doplňajúce, pričom niekedy je lepšie použiť jednu, inokedy druhú. Z praktického hľadiska je vždy lepšie nazerať na danú vec z viacerých uhlov pohľadu ako preferovať len jeden.

Celkovú energiu častice E (vzhľadom na laboratórium) definujeme ako:

$$E = mc^2 \frac{t}{\tau} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{4.4}$$

4.2 Čo vyplýva z týchto definícií?

- *Energia, hmotnosť a hybnosť sú v ŠTR vzájomne previazané.* Ak vychádzame z invariantnosti priestoročasového intervalu $(c\tau)^2 = (ct)^2 - x^2$, predelíme túto rovnicu vlastným časom τ na druhú a násobíme m^2c^2 dostaneme:

  $$(mc^2)^2 = \left(mc^2 \frac{t}{\tau}\right)^2 - \left(m \frac{x}{\tau} c\right)^2$$

  Prvý člen na pravej strane je celková energia E, druhý člen súčin hybnosti p a rýchlosti c, preto E, p a m sú navzájom previazané fundamentálnou rovnicou, ktorá platí nielen pre častice, ale aj pre žiarenie[3]:

  $$(mc^2)^2 = E^2 - (pc)^2 \tag{4.5}$$

- *Pokojová energia častice je daná jej hmotnosťou.* Ak je častica v pokoji, jej hybnosť p je nulová a rovnica 4.5 dáva pre pokojovú energiu najslávnejšiu rovnicu fyziky:

  $$E_{\text{pokoj}} = mc^2 \tag{4.6}$$

[3] Keďže v relativite sú čas a priestor previazané intervalom, bolo vhodné (dokonca nevyhnutné) zaviesť pojem priestoročasu. Vzťah 4.5 dáva dokopy energiu a hybnosť. J.A. Wheeler, jeden z najväčších relativistov minulého storočia (mimochodom vymyslel napríklad názov čierna diera), navrhol pre energiu a hybnosť názov *hybenergia*, podobne ako sa v prípade priestoru a času používa názov priestoročas. Časová zložka hybenergie je energia a priestorová hybnosť (možno to vidieť zo vzorcov 4.4 a 4.2, kde vystupuje vo vzorci pre hybnosť x a energiu t).

Rovnica nám prezrádza, že každá častica vo vesmíre je potenciálnym zdrojom energie. Jadrová elektráreň, či žiarenie Slnka sú okázalými, ale aj nesmierne dôležitými príkladmi premeny pokojovej energie na užitočnú energiu pre ľudstvo. Pritom dochádza pri uvoľnení energie v súlade so vzorcom 4.6 k ekvivalentnému úbytku hmotnosti. Premena hmotnosti na energiu nastáva pri hocijakej reakcii, pri ktorej sa uvoľňuje energia (napr. obyčajná horiaca zápalka). Nesmieme však zabúdať, že rovnica 4.6 platí len pre pokojovú energiu, inak musíme použiť vzorec 4.4.

- *Kinetická energia je daná rozdielom celkovej a pokojovej energie.* Ak častica nie je v pokoji ($p \neq 0$), tak z upraveného vzorca 4.5: $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ vidíme, že celková energia musela vzrásť. Potom rozdiel celkovej a pokojovej energie je prirodzené nazývať *kinetickou energiou*:

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 \tag{4.7}$$

- *Platnosť zákona zachovania relativistickej energie a hybnosti:* Bez dôkazu uvedieme, že nové verzie energie a hybnosti sa zachovávajú pri zrážkach nastávajúcich pri ľubovoľných rýchlostiach. Ak pri experimentoch v urýchľovačoch vypočítame *celkovú* energiu všetkých častíc pred a po zrážke (použijeme vzorec 4.4 pre každú časticu a čiastkové energie sčítame), tak jej hodnota sa počas zrážky nezmení. To isté platí aj pre celkovú hybnosť.

- *Objekt s nenulovou hmotnosťou sa nemôže pohybovať rýchlosťou svetla.* Z invariantnosti priestoročasového intervalu vieme, že žiadny materiálny objekt nemôže prekročiť rýchlosť svetla. Zo vzťahu pre celkovú energiu 4.4 častice s nenulovou hmotnosťou vyplýva, že čím je rýchlosť častice v bližšia c, tým sa viac menovateľ vzorca blíži k nule a energia začína rásť nad všetky medze, čo znamená, že na dosiahnutie rýchlosti svetla by musela častica získať nekonečnú kinetickú energiu. Tento dôsledok potvrdzujú aj stovky experimentov: fyzici v Európe, v USA, resp. na celom svete míňajú milióny dolárov, aby postavili obrovské časticové urýchľovače, ktoré pomocou magnetických a elektrických polí dodávajú energiu elektrónom a protónom. Pri čoraz vyššej energii tieto častice dosahujú rýchlosti čoraz bližšie rýchlosti svetla, ale ani v jednom prípade nedošlo k tomu, aby túto rýchlosť prekročili.

Doplňujúce poznámky:
Pre malé rýchlosti relativistické verzie energie a hybnosti sú v súlade s klasickou fyzikou. Pre malé rýchlosti v porovnaní s rýchlosťou svetla je totiž v^2/c^2 omnoho menšie ako 1. Vtedy je $1 - v^2/c^2$ približne 1 a podľa rovnice 4.3 je $p = mv$. V prípade kinetickej energie 4.7 je

potrebné využiť približný vzorec[4]:

$$(1+x)^n \approx 1+nx \quad \text{pre } |x| << 1$$

čím dostávame:

$$E_k = mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - mc^2 \approx mc^2\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

V oboch prípadoch relativistické výrazy prešli na klasické výrazy pre hybnosť a energiu.

Svetlo. Z kvantovej fyziky vieme, že fotón je časticou svetla s konečnou energiou danou vzorcom $E = hf$. Podľa relativity sa vždy pohybuje rýchlosťou svetla c. Ak by mal nenulovú hmotnosť m, musela by mu prislúchať nekonečná energia. Preto musí mať nulovú hmotnosť ($m = 0$). Tento dôsledok ŠTR je podoprený aj experimentmi. Napríklad poznatky astrofyziky nám hovoria, že hranica pre hmotnosť fotónu musí byť menšia ako 4.10^{-62} kg. Pre fotón zostáva v platnosti fundamentálna rovnica 4.5, t.j. $0 = E^2 - (pc)^2$, z čoho vyplýva, že svetlo má nielen energiu, ale aj hybnosť veľkosti $p = E/c$.

Úlohy a témy na referáty

1. Študent prehlásil: „Medzi hmotnosťou a energiou platí Einsteinov vzťah $E = mc^2$. Ak má fotón nulovú hmotnosť, tak podľa tohto vzorca nesie nulovú energiu. To je v rozpore napr. s kvantovou fyzikou, kde energia je $E = hf$." Vysvetlite nedostatky tejto úvahy.

2. Aká zmena hmotnosti zodpovedá energii potrebnej na zovretie vody pre jednu šálku kávy? Urobte potrebné dodatočné predpoklady. Zistite si údaje.

3. Skúste odhadnúť na základe všetkých dostupných informácii, koľko energie vlastne dodá nosná raketa pri lete raketoplánu. Odhadnite, koľko kg hmoty by sme potrebovali, aby sme vyprodukovali toľko energie ak by sme boli schopní využiť aj premeniť všetku hmotnosť na energiu?

4. Najenergetickejšie protóny nachádzajú fyzici v kozmickom žiarení.

   (a) Zistite hodnoty energie (zvyčajne sa udávajú v eV) doteraz najenergetickejších protónov, ale aj iných častíc

   (b) Vypočítajte rýchlosť v týchto protónov

   (c) Predpokladajme, že by taký protón preletel cez našu Galaxiu. Ako dlho mu to trvalo?

[4] Mocniteľ n môže byť ľubovoľné reálne číslo.

(d) Aký čas pritom ubehne v jeho sústave, t.j. jeho vlastný čas?

5. V urýchľovači LEP s protibežnými zväzkami v CERNe sa nedávno urýchľovali elektróny na energiu 104,5 GeV. Akú rýchlosť majú tieto elekróny? Zistite základné informácie o tomto urýchľovači a iných urýchľovačoch. Zamerajte sa zhruba na princíp ako a na aké energie urýchľujú častice.

6. Jadro ťažkého vodíka, deuterón, skladá sa z neutrónu a protónu. Pokojové hmotnosti neutrónu, protónu a deuterónu sú: $m_n = 1,6748 \,.\, 10^{-27}$ kg, $m_p = 1,6725 \,.\, 10^{-27}$ kg, $m_d = 3,3433 \,.\, 10^{-27}$ kg. Deuterón možno rozštiepiť na neutrón a protón dodaním istej energie, napríklad vo forme žiarenia. Akú energiu musíme dodať deuterónu, aby sa rozštiepil? [asi $3,6 \,.\, 10^{-13}$ J]

7. Využitím počítača naprogramujte program, ktorý pre danú rýchlosť a hmotnosť častice vypočíta zodpovedajúcu pokojovú energiu, celkovú energiu, hybnosť, kinetickú energiu častice podľa ŠTR a kinetickú energiu podľa klasickej fyziky (v eV). Urobte tabuľku pre elektrón pre rýchlosti v = 0,1; 0,5; 0,9; 0,99; 0,999; 0,9999. Porovnajte energie, ktoré musíme podľa klasickej a relativistickej mechaniky dodať protónu, ak chceme, aby z pokoja dosiahol rýchlosť 0,95 c.

Použitá literatúra

1. Cummings, K., Laws, P., Redish, E.F., Cooney, P., *Understanding physics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2004, guest author: Taylor, E.F., kapitola 38*Špeciálna teória relativity*

2. Schiller, Ch., *Motion Mountain*, 2007, kap. 2, *Special relativity*, Dostupné na `http://www.motionmountain.net`

3. Taylor, E.F., Wheeler, J.A., *Spacetime Physics: Introduction to Special Relativity*,W. H. Freeman & Co., New York, 1992, 2. vydanie

4. Taylor, E.F., Wheeler, J.A., *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison-Wesley Longman, New York, 2000, kap. 1, dostupné na `http://www.eftaylor.com`

5. Thorne, K. S., *Black Holes and Time Warps Einstein's Outrageous Legacy*, W. W. Norton, New York, 1994, kap. 2

6. Wheeler, J.A., *A Journey into Gravity and Spacetime*, W. H. Freeman and Company, New York, 1990