Projekt KEGA

Vyučovanie fyziky programovaním modelov fyzikálnych javov a pomocou interaktívneho softvéru

Gravitačné laboratórium

Boris Gažovič
Alexander Tomori
Slavomír Tuleja

Humenné 2005

Autori: Boris Gažovič
Alexander Tomori
Editor: RNDr. Slavomír Tuleja, PhD.

Preprint 2005 (MS Word verzia)

Moderné informačno-komunikačné technológie a status preprintu tejto publikácie nám dovoľuje obrátiť sa s prosbou na našich kolegov, spolupracovníkov v oblasti didaktiky fyziky a nielen v nej o zaslanie svojich komentárov a názorov, resp. upozornení na zistené chyby a nedostatky.

Na základe tejto širšej spätnej väzby bude možné v časovom horizonte jeden rok a za nižších nákladov pripraviť, resp. rozšíriť tento preprint do akceptovatelnejšej a kvalitnejšej formy a obsahu v porovnaní so štandardným publikovaním. Informácie o presnom dátume prvého vydania žiadajte na emailovej adrese <stuleja@gmail.com>.

Gymnázium arm. gen. L. Svobodu
Humenné

Táto publikácia vznikla s prispením grantovej agentúry MŠ SR KEGA v rámci projektov 3/3005/05 *Vyučovanie fyziky programovaním modelov fyzikálnych javov a pomocou interaktívneho softvéru*

Obsah

Úvod

Určite každé mladé dievča (možno aj chlapec), keď bolo ešte malé, malo pri pohľade na obrázky z vesmíru túžbu stať sa kozmonautom, letieť do vesmíru, riadiť kozmickú loď. Niekto trošku starší možno túžil po tom, že až bude „veľký“, bude pracovať v NASA na vývoji a riadení družíc... Ale to sa naozaj málokomu splní. Teraz sme však ešte starší a ako náhradu za to všetko si dokážeme aspoň napísať program, ktorý bude simulovať lety umelých družíc okolo Zeme. Môžeme si vymyslieť vlastnú družicu, umiestniť ju do začiatočnej výšky, dať jej začiatočnú rýchlosť—a bude letieť. Pritom môžeme na vlastnej koži spoznať množstvo zaujímavých vecí, napr. čo sa stane, ak družici udelíme príliš malú alebo veľkú rýchlosť, ak geostacionárnu družicu neumiestnime nad rovník atď. Všetko záleží len od našej fantázie a samozrejme aj od našich znalostí fyziky.

Toto všetko si môžeme bezpečne vyskúšať v teple domova za počítačom a umožní nám to program, ktorý je výsledkom tejto práce.

Sme študenti a teda dobre si uvedomujeme nedostatky klasických učebníc. Nie sme proti nim, avšak teraz v dobe počítačov by sa mnohé poznatky fyziky dali názorne vysvetľovať pomocou multimediálneho počítača. Rozhodli sme sa preto vytvoriť priestor pre virtuálne pokusy. Pokusy, ktoré by študenti za normálnych okolností ani nemohli realizovať. Súčasťou budú aj úlohy, ktoré študenti vyriešia vykonaním virtuálneho pokusu a na konci aj naše riešenia. Ďalším cieľom našej práce je spopularizovať programovací jazyk Java.

Vedľajším, avšak asi najcennejším produktom tejto práce je získanie skúseností v perspektívnom programovacom jazyku, ktorý sme si osvojili hlavne vďaka tomuto appletu. Nie sme totiž žiadni profesionáli, ale študenti, ktorí sa pokúsili simulovať fyzikálne deje pomocou počítača.

Sami by sme to určite nezvládli a preto by sme sa chceli poďakovať nášmu konzultantovi, RNDr. Slavomírovi Tulejovi, učiteľovi fyziky na našej škole, za čas, ktorý nám obetoval, za hodnotné pripomienky k funkcii appletu, za pomoc pri riešení fyzikálnych a matematických problémov, ale aj za pomoc pri programovaní v objektovo orientovanom programovacom jazyku Java.

1 Teoretické východiská

Bezprostredným podnetom pre vytvorenie nášho appletu bol applet na stránkach NASA (1), ktorý zobrazuje aktuálnu polohu medzinárodnej vesmírnej stanice ISS. Z appletu sa dá vyčítať, nad ktorým miestom na Zemi sa stanica práve nachádza, z akého miesta je pozorovateľná a aj na ktorom mieste na Zemi je práve teraz Slnko v zenite, kde je noc a kde deň. Takisto sa dajú vyčítať údaje charakterizujúce pohyb, ako napr. aktuálna výška a rýchlosť. Z priemetu dráhy na povrch Zeme sa dá vyčítať perióda obehu.

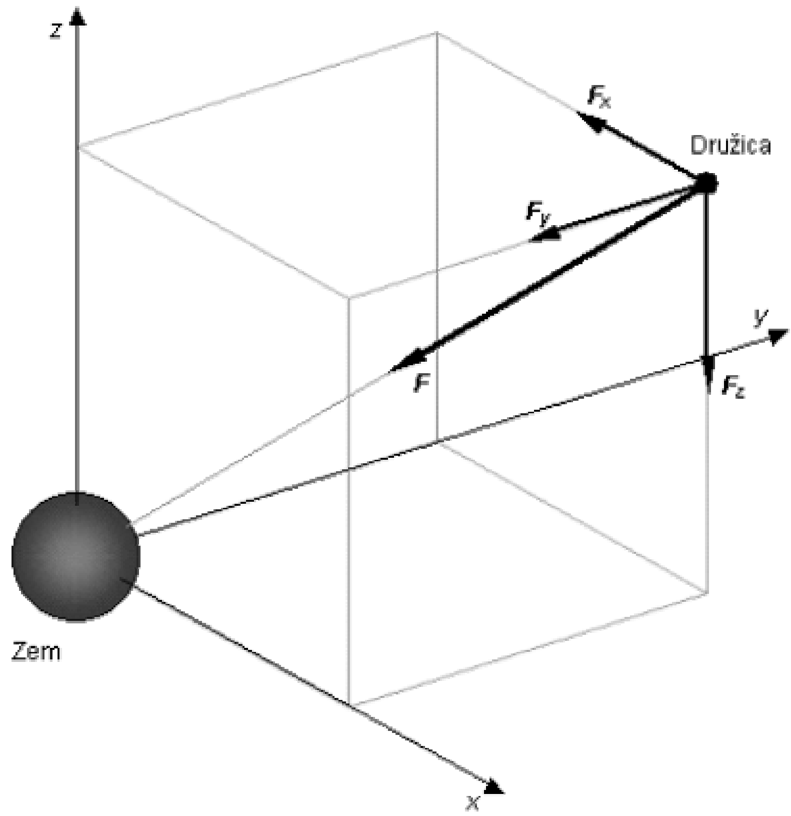
Pri realizovaní našej úlohy sme museli vyriešiť viaceré problémy. Najdôležitejším bolo zvoliť spôsob výpočtov polôh družice. Rozhodli sme sa použiť numerické riešenie tohto problému, a to aj napriek tomu, že až problém troch a viacerých telies je analyticky neriešiteľný, ale len numericky. Dôvodom bolo demonštrovať silu výpočtovej techniky. Pri riešení tohto problému sme používali metódu na numerické riešenie sústavy diferenciálnych rovníc RK45.

Ďalším problémom bolo vyriešiť množstvo fyzikálnych podúloh, napríklad zobrazenie miest na Zemi, kde je družica viditeľná a zobrazenie dňa a noci, čo je popísané v časti 1.3 Sférická trigonometria. Pri riešení týchto problémov sme vychádzali z literatúry umiestnenej na internete (2).

Pri výbere formy, akou sú html stránky s appletom spracované, sme boli ovplyvnení interaktívnymi stránkami MCasco (3), ktoré sú venované teórii chaosu. Ich idea je takáto: *„Predstavte si učebnicu, ktorej obrázky by boli dynamické, zobrazujúce napríklad rozhojdané kyvadlo v pohybe. Predstavte si aj čitateľa, ktorý má možnosť vybrať si uhol pohľadu na toto kyvadlo a* *spôsob zobrazenia. Môže to byť napríklad animácia zobrazujúca kyvadlo v priestore, graf závislosti výchylky kyvadla a jeho rýchlosti od času. A teraz si predstavte, že čitateľ môže zmeniť dĺžku kyvadla, nastaviť trenie a odpor vzduchu a rozkývať kyvadlo v rôznych smeroch! Virtuálny model bude obklopený textom vysvetľujúcim teóriu kmitov.*“

1.1 Newtonov gravitačný zákon

Dva hmotné body s hmotnosťami m_1 a m_2, ktoré sú vo vzdialenosti r, pôsobia navzájom na seba silou $\boldsymbol{F}_\mathrm{g} = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\boldsymbol{r}$. Tento vzťah je známy Newtonov gravitačný zákon. V našom prípade jedným hmotným bodom je Zem s hmotnosťou $m_1 = M$. Druhým hmotným bodom je družica s hmotnosťou $m_2 = m$. Keďže $m << M$, uvažovali sme, že celá hmotnosť Zeme je sústredená v jej strede. Na družicu pôsobí iba daná gravitačná sila, pretože vplyv ostatných objektov slnečnej sústavy a celého vesmíru je zanedbateľne malý. Z 2. Newtonovho zákona potom dostaneme $\boldsymbol{F}_\mathrm{g} = m\boldsymbol{a}$, čiže $m\boldsymbol{a} = -G\frac{mM}{r^3}\boldsymbol{r}$ a nakoniec $\boldsymbol{a} = -G\frac{M}{r^3}\boldsymbol{r}$. Tým sme získali celkové zrýchlenie družice, ktoré rozložíme do troch zložiek (a_x, a_y, a_z), pretože sme zaviedli nasledujúcu súradnicovú sústavu: stred Zeme je v počiatku pravotočivej pravouhlej súradnicovej sústavy s osami x, y, z. Os x smeruje k nultému poludníku, os z k severnému svetovému pólu (viď Obr. 1).



Obr. 1

Z obrázku tiež vidíme (podobnosť trojuholníkov), že platí: $\frac{F_x}{|F|} = \frac{-x}{r}$ (4).

Potom $F_x = \frac{-|F|x}{r} = \frac{-GmMx}{r^3}$. Čiže $a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{-GMx}{r^3}$. Zároveň x-ová zložka zrýchlenia družice sa rovná derivácii x-ovej zložky rýchlosti družice podľa času: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{-GMx}{r^3}$. Podobnými úvahami dôjdeme aj k vzťahom pre y-ové a z-ové zložky. Nakoniec dostaneme tri diferenciálne rovnice:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{-GMx}{r^3}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{-GMy}{r^3}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{-GMz}{r^3}$$

Zároveň platí, že zložky rýchlosti v jednotlivých smeroch sú derivácie posunutí v daných smeroch podľa času:

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \qquad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

Tým sme dostali ďalšie tri diferenciálne rovnice.

1.2 Numerická metóda riešenia diferenciálnych rovníc

Sústavu šiestich diferenciálnych rovníc z časti 1.1 riešime pomocou numerickej metódy riešenia diferenciálnych rovníc a tak simulujeme pohyb družice v radiálnom gravitačnom poli Zeme. Táto metóda spočíva v tom, že ak poznáme údaje, ktoré charakterizujú stav družice (jej polohu a zložky rýchlosti) v čase t, vieme vypočítať jej stav v čase $t + \Delta t$. Veľkosť časového kroku Δt si môžeme ľubovoľne voliť. Musíme mať však na pamäti, že numerické riešenie nie je presné, iba sa približuje k presnému riešeniu. Čím menšie Δt zvolíme, tým bude riešenie presnejšie. Pri veľmi malom Δt však počítač nebude stíhať vykonávať všetky výpočty a simulácia bude pomalá. Preto zvyčajne robíme kompromis a volíme také Δt, aby bola presnosť uspokojivá a zároveň, aby počítač zvládol robiť výpočty. Presnosť simulácie ovplyvňuje aj ďalší dôležitý faktor. Tým je druh numerickej metódy, ktorú si zvolíme. Na internete sú voľne dostupné rôzne metódy. Ich názvy a presnosť sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

Názov metódy	Rád presnosti
Eulerova	1.
Huenova	2.
Midpoint	2.
Rungeho-Kuttova metóda RK4	4.
Rungeho-Kuttova-Fehlbergova metóda RK45	5.

Vysvetlíme, čo znamená rád presnosti. Ak je metóda 1. rádu presnosti, znamená to, že 10-násobné zmenšenie časového kroku Δt vyvolá 10-násobné zväčšenie presnosti. Metóda 2. rádu presnosti znamená, že 10-násobné zmenšenie časového kroku Δt vyvolá 10^2-násobné, čiže 100-násobné zväčšenie presnosti. Čiže to môžeme zovšeobecniť: ak máme metódu *n*-tého rádu presnosti a časový krok zmenšíme x-krát, presnosť sa nám zväčší x^n-krát.

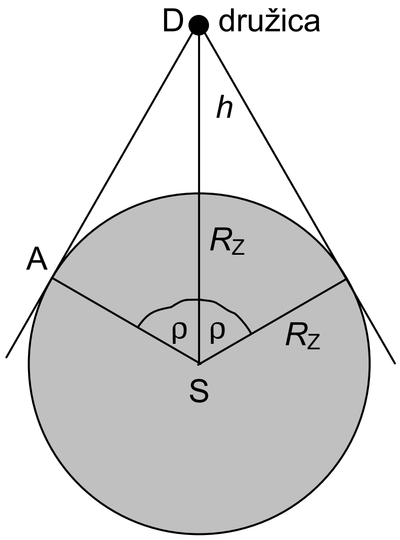
Z tabuľky je zrejmé, že najpresnejšia je metóda Rungeho-Kuttova-Fehlbergova RK45 (5). Pri simulácii pohybu družice v radiálnom gravitačnom poli sme využili práve túto metódu.

Výhodou tejto metódy je aj to, že počas simulácie dokáže automaticky prispôsobovať časový krok Δt tak, aby sa neprekročila určitá chyba, ktorú si my vopred nastavíme. Týmto sa značne urýchli simulácia, pretože v oblasti apogea sú účinky gravitačného poľa menšie ako v oblasti perigea, a preto si môžeme pri dosiahnutí rovnakej presnosti dovoliť väčší časový krok.

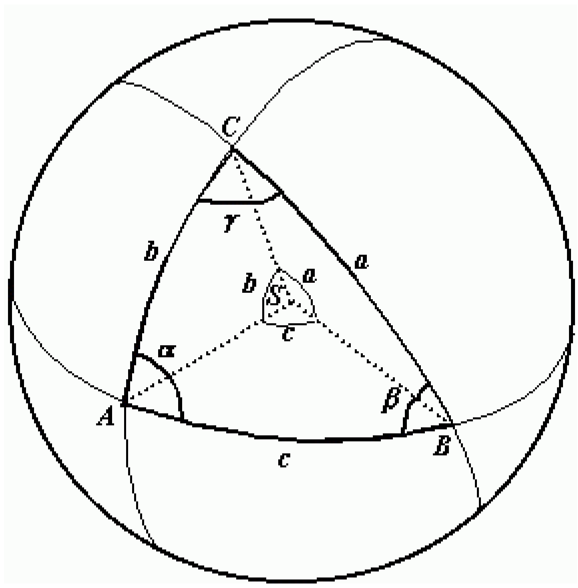
Podmienkou použitia tohto kódu v applete je spolu so zverejnením tohto appletu zverejniť aj zdrojový kód appletu, aby mohol byť ďalej hocikým upravovaný, a to v súlade s verejnou licenčnou zmluvou GNU GPL (6).

1.3 Sférická trigonometria

Na zobrazenie územia, z ktorého je možné družicu pozorovať a na zobrazenie územia, na ktorom je deň, sme použili sférickú trigonometriu. Najskôr sme si vypočítali uhol ρ, meraný zo stredu Zeme, ktorý prislúcha miestam na Zemi, z ktorých vidno družicu, ktorá je vo výške h, práve na horizonte (viď Obr. 2). Pre pravouhlý trojuholník DAS na Obr. 2 platí: $\cos\rho = \frac{R_Z}{R_Z + h}$. Keďže $R_Z + h = r$, potom $\cos\rho = \frac{R_Z}{r} \Rightarrow \rho = \arccos\left(\frac{R_Z}{r}\right)$.



Obr. 2



Obr. 3

Predstavme si, že družica sa práve nachádza nad miestom B na Zemi, ktoré má sférické súradnice θ_0 a φ_0. Sférická súradnica θ súvisí so zemepisnou šírkou φ_z podľa vzťahu $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi_z$ a nadobúda hodnoty z intervalu

$\langle 0, \pi \rangle$. Sférická súradnica φ je v podstate zemepisná dĺžka, s tým rozdielom, že nadobúda hodnoty z intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Pre výpočet sférických súradníc ľubovoľného bodu A, ktorý leží na kružnici viditeľnosti z bodu B použijeme nasledujúcu úvahu. Predstavíme si sférický trojuholník ABC (viď Obr. 3), ktorého bod C leží na severnom zemepisnom póle. Rôzne body A na kružnici viditeľnosti získame tak, že budeme postupne meniť veľkosť uhla β (v rovnakých krokoch) od 0 po π a zároveň budeme požadovať, aby strana AB mala veľkosť ρ. Čiže akoby sme otáčali stranu AB okolo bodu B. Pre každú hodnotu uhla β určíme sférické súradnice bodu A. Pre dĺžky strán trojuholníka ABC platí (dĺžky strán vo sférických trojuholníkoch sú udávané v radiánoch):

$a = \theta_0$

$b = \theta$, kde θ je konkrétna θ-súradnica bodu A

$c = \rho$, kde ρ je uhol popísaný vyššie (viď Obr. 2).

Teraz vypočítame veľkosť $b = \theta$, aby sme dostali θ-súradnicu bodu A. Pre trojuholník ABC platí kosínusová veta:

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos\beta$$

$$\cos\theta = \cos\theta_0 \cos\rho + \sin\theta_0 \sin\rho \cos\beta$$

$$\theta = \arccos(\cos\theta_0 \cos\rho + \sin\theta_0 \sin\rho \cos\beta)$$

Keďže veľkosť θ môže byť iba v rozmedzí od 0 po π, daná rovnica má vždy iba jedno riešenie, ktoré predstavuje θ-súradnicu bodu A.

Pomocou veľkosti θ určíme veľkosť uhla $\gamma = \Delta\varphi$. Pre sférický trojuholník ABC platí sínusová veta:

$$\frac{\sin\gamma}{\sin c} = \frac{\sin\beta}{\sin b} \Rightarrow \frac{\sin\Delta\varphi}{\sin\rho} = \frac{\sin\beta}{\sin\theta} \Rightarrow \sin\Delta\varphi = \frac{\sin\rho\,\sin\beta}{\sin\theta}$$

Táto rovnica má dve riešenia. Jedným je veľkosť $\Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{\sin\rho\,\sin\beta}{\sin\theta}\right)$, ktorú nám „vyhodí“ kalkulačka alebo počítač a druhým je veľkosť $(\pi - \Delta\varphi)$. Aby sme vedeli, ktoré riešenie máme použiť, musíme vedieť, z ktorého kvadrantu je uhol $\Delta\varphi$. To budeme vedieť vtedy, ak budeme poznať $\cos\Delta\varphi$. Ten zistíme použitím kosínusovej vety v trojuholníku ABC:

$$\cos\rho = \cos\theta\cos\theta_0 + \sin\theta\sin\theta_0\cos\Delta\varphi$$

$$\cos\rho - \cos\theta\cos\theta_0 = \sin\theta\sin\theta_0\cos\Delta\varphi$$

Vieme, že $\sin\theta$ a $\sin\theta_0$ sú vždy kladné, a preto pravá strana poslednej rovnice bude kladná vtedy, keď $\cos\Delta\varphi$ bude kladný (uhol $\Delta\varphi$ bude z 1. kvadrantu). Vtedy bude kladná aj ľavá strana. Ak uhol $\Delta\varphi$ bude z 2. kvadrantu, $\cos\Delta\varphi$ bude záporný a aj ľavá strana rovnice bude záporná. Čiže platí:

ak $\cos\rho - \cos\theta\cos\theta_0 > 0$, tak $\Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{\sin\rho\,\sin\beta}{\sin\theta}\right)$

ak $\cos\rho - \cos\theta\cos\theta_0 < 0$, tak $\Delta\varphi = \pi - \arcsin\left(\frac{\sin\rho\,\sin\beta}{\sin\theta}\right)$

Na základe uhla $\Delta\varphi$ vieme určiť φ-súradnicu bodu A: $\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi$. Situácia je symetrická, preto existuje aj bod A´ s φ-súradnicou $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$.

V našom programe pre každý uhol □ získame dva body. Pospájaním susedných bodov získame hranicu ohraničujúcu územie, z ktorého možno pozorovať družicu.

2 Model

Pohyb telesa v radiálnom gravitačnom poli je zložitý. Gravitačná sila telesa klesá úmerne so štvorcom vzdialenosti. Z toho vyplýva, že účinok gravitačnej sily telesa vo veľkej vzdialenosti je zanedbateľný, avšak nikdy nie je nulový. V skutočnosti každé teleso vesmíru pôsobí gravitáciou na všetky ostatné. Pri prvom priblížení môžeme zanedbať gravitačné pôsobenie telies za hranicami slnečnej sústavy. Takto sa úloha simulácie zredukovala na problém približne desiatich telies. Naším cieľom bolo vytvoriť applet, ktorý by mal mať hlavne názornú funkciu, a preto bolo možné úlohu zredukovať na problém obehu telesa v gravitačnom poli Zeme bez ohľadu na pôsobenie Slnka a ostatných telies slnečnej sústavy. Hmotnosť družice je oproti hmotnosti Zeme zanedbateľne malá, preto sme uvažovali Zem pevne umiestnenú v jednom bode a družica sa pohybuje v jej gravitačnom poli podľa Newtonovej mechaniky. V applete sa počíta s hmotnosťou Zeme $M = 5{,}98.10^{24}$kg a gravitačnou konštantou $G = 6{,}673.10^{-11}$ N. m^2. kg^{-2}. Hoci Zem považujeme za hmotný bod, zrážka Zeme s družicou nastáva, keď vzdialenosť družice od stredu Zeme klesne pod R_z = 6378km.

Hoci gravitačné účinky Slnka nie sú brané do úvahy, Slnko v applete vykresľované je, a to kvôli názornosti. Aby tento model bol bližší skutočnosti, Slnku sa k danému dátumu vypočítava približná poloha a takto je zobrazované. Čas sa nepoužíva svetový, ale miestny pásmový (časové pásmo použité z operačného systému).

Ak družica neprekročí druhú kozmickú rýchlosť, pohybuje sa po elipse alebo kružnici, čiže trajektória je uzavretá, stále po uplynutí periódy obehu sa vráti do toho istého bodu na trajektórii. Zem však rotuje okolo svojej osi, a preto kolmý priemet dráhy družice na povrch Zeme nebude uzavretá krivka. To preto, že keď družica vykoná jeden obeh a vráti sa do pôvodného bodu svojej trajektórie, Zem sa pootočí o istý uhol. V applete je rotácia implicitne zohľadnená, ale užívateľ má možnosť ju zastaviť (akoby Zem prestala rotovať okolo svojej osi). Na zobrazenie povrchu Zeme sme použili mapku v „longitudálno-latitudálnej“ projekcii, v ktorej sú rovnobežky aj poludníky na seba kolmé a sú rozmiestnené rovnomerne. Deformácia sa prejavuje najmä v oblasti v blízkosti pólov. Tieto územia sú zobrazené na väčšej ploche a póly, ktoré sú bodmi, sú zobrazené ako úsečky.

3 Ovládanie appletu

Ovládanie appletu je jednoduché a intuitívne. Centrálnu časť zaberá mapka Zeme. Krúžok oranžovej farby predstavuje Slnko, červený družicu. Pre lepšiu orientáciu je poloha približného stredu Slovenska (Banská Bystrica, $\varphi \approx 49°$, $\lambda \approx 19°$) zobrazená červenou bodkou. Ak klikneme pravým tlačidlom myši do mapky, zobrazí sa informácia o výške Slnka v stupňoch nad horizontom v mieste, na ktoré ukazuje kurzor. Zobrazenie výšky vypneme opätovným kliknutím do mapky hociktorým tlačidlom myši. Pod mapkou sa nachádza panel zobrazujúci čas v sekundách od začiatku letu, veľkosť okamžitej rýchlosti, aktuálnu výšku nad povrchom Zeme, druh trajektórie a fialová šípka poskytuje informáciu o tom, či družica stúpa alebo klesá. Úplne dole sú tlačidlá pre základné ovládanie: ŠTART/STOP a tlačidlá pre krok vpred a krok vzad. Pri stlačení tlačidla ŠTART sa zmení jeho názov na STOP a začne sa simulácia.

V pravom dolnom rohu je dátum a čas. Pri naštartovaní appletu sa automaticky nastaví podľa systémového dátumu a času.

Ďalšie funkcie sú v hornom paneli. V menu NASTAVENIE sa nastavujú začiatočné podmienky. Voľba TOLERANCIA A DT nastaví chybu simulácie, ktorá sa nemá prekročiť, a dobu dt (v čase družice), po ktorej sa vykresľuje nová poloha družice. Tento časový krok nevplýva na presnosť simulácie, ale iba zabezpečí, aby čas simulácie rástol rovnakým tempom. Voľba DÁTUM umožní nastaviť vlastný dátum, ale aj systémový. Voľba DRUŽICA nastavuje začiatočnú polohu a rýchlosť družice. Vyjadrenie polohy v pravouhlej súradnicovej sústave *Oxyz* by bolo dosť nepraktické, a preto sa udáva výškou nad povrchom Zeme a zemepisnými súradnicami miesta, nad ktorým sa družica nachádza. Rýchlosť družice je rozložená do troch smerov. Smer rýchlosti v pravouhlej karteziánskej sústave súradníc by si bolo ťažké predstaviť, a preto používame zložky v smere kolmo hore (smer od stredu Zeme), v smere na východ a v smere na juh. Voľba PREDVOLENÉ NASTAVENIE nastaví polohu a rýchlosť podľa posledných hodnôt v dialógovom okne DRUŽICA. Voľba VPRED/VZAD umožňuje vracať sa späť v čase.

V menu ZOBRAZIŤ sa trajektória družice neovplyvňuje, mení sa iba kreslenie do mapky. Nastavuje sa tam kreslenie priemetu dráhy družice na povrch Zeme, rotácia, voľby VIDITEĽNOSŤ SLNKA a VIDITEĽNOSŤ DRUŽICE zapínajú a vypínajú kreslenie hranice oblasti, v ktorej sú tieto objekty nad horizontom. Voľba DEŇ, NOC vybodkuje oblasť, kde je noc. Používanie tejto funkcie je náročnejšie na rýchlosť počítača, preto pri pomalších počítačoch odporúčame namiesto tejto voľby použiť voľbu VIDITEĽNOSŤ SLNKA. Položka STAV... slúži na zobrazenie aktuálneho stavu družice, teda jej polohy, zložiek rýchlosti a výslednej veľkosti okamžitej rýchlosti.

4 Java

Tento objektovo orientovaný programovací jazyk má viaceré výhody, napr. špeciálne programy – applety – bežia v rámci www stránok, čiže je ich možné prezentovať priamo na internete. Pri prezeraní on-line oceníme ich relatívne malú veľkosť. Ďalšou výhodou je multiplatformovosť, čo znamená, že nie sú závislé na operačnom systéme. Jednoducho povedané, applet je možné spustiť tak na počítačoch s operačným systémom Windows, ako aj na počítačoch s operačným systémom Linux, či Unix, ale aj na počítačoch Mac. Ak chce niekto začať tvoriť v tomto jazyku, je na internete k dispozícii voľná verzia veľmi kvalitného vývojového prostredia *Java Builder 7 Personal Edition* od firmy *Borland*. Začať programovať v Jave možno teda bez akýchkoľvek investícií do zakúpenia softvéru.

Nevýhodou Javy je to, že nie je veľmi rozšírená, a preto je potrebné si nainštalovať Java plug-in (je súčasťou CD prílohy). Programátorov bude asi mrzieť aj to, že kompilovanie zdrojového kódu je náročné na rýchlosť počítača.

5 Diskusia

Treba si uvedomiť, že úlohou tohto appletu nie je presne predpovedať dráhy družíc. Jeho hlavnou funkciou bolo zvýšiť názornosť. Nepresnosť predpovede dráhy je daná toleranciou. Pri tolerancii 10^{-5}, ktorá je dopredu nastavená, sa numerické predpovede vynikajúco zhodujú s vypočítanými teoretickými predpoveďami. Poloha Slnka sa počíta len približne a slúži len na zvýšenie názornosti, ale úplne vyhovuje našim požiadavkám. Východ alebo západ Slnka sa dá predpovedať s presnosťou asi na desať minút. Takisto dôraz pri tvorbe appletu nebol kladený na kontrolu vstupných údajov, ako je napríklad správnosť dátumu. Pri vyplnení neexistujúceho dátumu sa iba zobrazí výstražné okno o tejto chybe. Ak bude do dátumu vložené desatinné číslo, hodnota bude zaokrúhlená na celé číslo. Prípad vloženia textu do políčok na vyplnenie číselných údajov nie je ošetrený. V applete sa pracuje s desatinnou bodkou, nie čiarkou, preto v oknách DRUŽICA a TOLERANCIA A DT sa po stlačení tlačidla OK čiarky prepíšu na desatinné bodky.

Istá nepresnosť je aj pri výpise typu trajektórie, a to pri kružnici a parabole. Sú to totiž len špeciálne prípady, ktoré nastanú iba pri istých podmienkach, iba pri istej konkrétnej celkovej mechanickej energii družice. Pre tieto prípady je daný istý interval energie a keď v ňom energia družice leží, tak je družici priradený príslušný typ trajektórie. Podobne je to aj so stúpaním a klesaním družice. Za prípad, keď družica ani nestúpa, ani neklesá, sa označí taký, keď sa výška družice nad povrchom Zeme mení iba pomaly.

Naša simulácia predpokladá, že Zem sa nachádza v pokoji vo Vesmíre. Zanedbávame obeh Zeme okolo Slnka. Vďaka tomuto obehu nie je v skutočnosti vzťažná sústava spojená so stredom Zeme, ktorej osi smerujú k vybraným stáliciam, *inerciálna*. Túto jej neinerciálnosť zanedbávame. Tým zanedbávame odstredivé a Coriolisove sily (fiktívne zotrvačné sily), ktoré pôsobia v tejto sústave na družicu. Preto sa našej predpovedi družice dá veriť len na časových úsekoch oveľa kratších ako 1 rok. Počas simulácie pohybu družice predpokladáme, že Zem sa *nepohybuje* okolo Slnka.

Záver

Ako sme už spomenuli v úvode, cieľom našej práce bolo priblížiť fyziku, konkrétne jednu jej časť, aj tým, ktorí ju nemajú radi. Chceli sme ukázať, že fyzika nie sú iba vzorce a definície, ale že je to veda, ktorá nám neraz pripraví nečakané prekvapenia, na ktorých sa môžeme výborne pobaviť. Našou snahou bolo premeniť pasívneho poslucháča prednášky, ktorý si možno niekedy vrúcne želá, aby sa už čím skôr skončila, na experimentátora, ktorý môže aktívne zasahovať do priebehu pokusu, meniť jeho podmienky a sledovať, k akým výsledkom jeho zmeny vedú. Podľa nášho názoru tým, že študent vidí, v akých stavoch sa nachádza objekt experimentu v jednotlivých časových okamihoch, lepšie pochopí súvislosti, ako keby mal dostať iba suchý vzorec a navyše často bez odvodenia. Samozrejme nechceme tým povedať, že vzorce nepatria k fyzike. Ale v našom prípade študent najskôr vidí konkrétnu aplikáciu daného fyzikálneho zákona alebo vzorca, zmenou podmienok skúma, ako sa pozorovaný objekt správa a pokúša sa prísť na princíp daného javu. Až nakoniec prichádza vzorec ako akési zovšeobecnenie. Ale tento vzorec je už študentom prijímaný ako samozrejmá vec vyplývajúca z predchádzajúcich pozorovaní.

Tento postup vysvetľovania učebnej látky sme uskutočnili na našom gymnáziu. Pomocou appletu sme spolu so spolužiakmi riešili konkrétne úlohy, ktoré sú spolu s riešeniami súčasťou našej www stránky. Odozva u spolužiakov bola vynikajúca.

Preto si myslíme, že v budúcnosti sa pri vysvetľovaní učebnej látky budú počítačové simulácie používať čoraz viac a budú príjemným spestrením inak jednotvárnych hodín a prednášok.

Zoznam použitej literatúry

(1) <http://spaceflight.nasa.gov/realdata/tracking/index.html>

(2) TULEJA, S: *Základy sférickej trigonometrie*. Dostupné na internete: <http://www.meteory.sk/sferika/sferika.html>

(3) <http://www.mcasco.com>

(4) FEYNMAN, R. P. et al.: *Feynmanove prednášky z fyziky*, 2. vyd., Bratislava: Alfa, 1986, 9. kapitola, s. 163–180

(5) CHRISTIAN, W. et al.: *Open Source Physics Users Manual*. Dostupné na internete: <http://www.opensourcephysics.org>

(6) <http://www.gnu.org/licenses/gpl.html>,

český preklad: <http://www.gnu.org/licenses/gpl.cs.html>

Zoznam príloh

1. Texty úloh k appletu.
2. CD disk obsahujúci applet s html stránkami a Java plug-in.

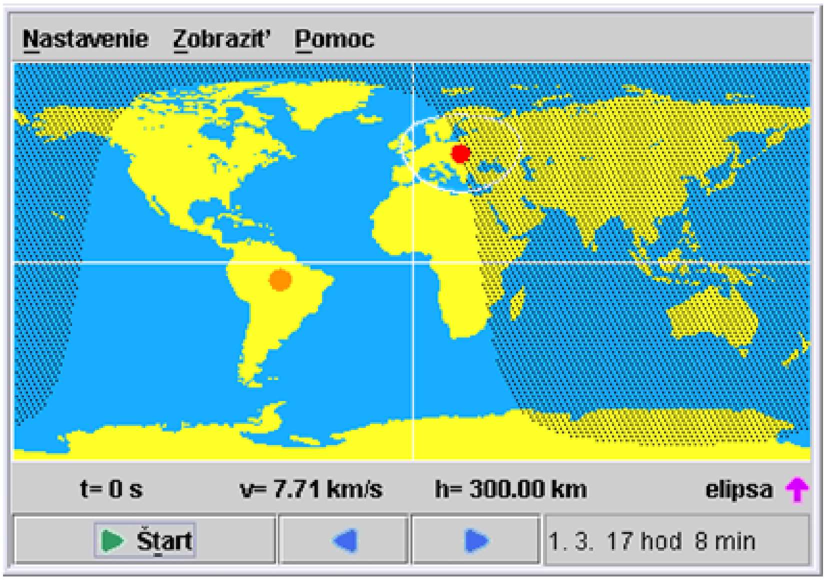
Prílohy

Príloha 1

Súčasťou príloh sú aj nasledujúce úlohy k nášmu appletu. Ich znenie je možné nájsť aj na internetovej stránke

http://www.tomal.host.sk/gravitation/index.html

(je súčasťou CD v prílohe), kde sú umiestnené aj ich riešenia. Tu je uvedený obrázok appletu (viď Obr. 4).



Obr. 4

Úloha 1: Deň alebo noc?

Čo je teraz? Deň alebo noc? Aby ste to zistili, nemusíte sa ani pozrieť von oknom, applet vám to povie. Po otvorení tejto stránky sa naštartoval applet s dátumom a časom podľa systémového času (je potrebné, aby bolo aj časové pásmo nastavené správne-nech ste hocikde na Zemi!). Z mapky sa dá hneď vyčítať, kde na Zemi je deň a kde noc. Oranžový krúžok je Slnko. Vybodkovaná oblasť predstavuje noc, inde je deň. Toto zobrazovanie je však náročné na rýchlosť počítača, preto pri slabších počítačoch odporúčame v menu ZOBRAZIŤ vypnúť položku DEŇ, NOC a zapnúť položku VIDITEĽNOSŤ SLNKA. Červená bodka v Strednej Európe je približná poloha stredu Slovenska (Banská Bystrica). Ak sa s myškou postavíte do mapky, v ľavom dolnom rohu mapky sa objavia geografické súradnice miesta, kam ukazujete myškou.

Aká je približná poloha Slovenska? Pri kliknutí pravým tlačidlom myšky do plochy mapky sa zobrazí informácia o výške Slnka nad horizontom (v stupňoch) v danom mieste na Zemi.

Aká je výška Slnka na Slovensku práve teraz? Aká je výška Slnka na rozhraní dňa a noci, alebo na mieste, kde majú Slnko rovno nad hlavou (teda v zenite)? Informáciu o výške Slnka zrušíte opätovným kliknutím do mapky.

Úloha 2: Prvá slovenská družica!

A teraz si vypustite nejakú družicu! Že žiadnu nemáte? Tak si ju vymyslite! V menu NASTAVENIE je položka DRUŽICA, ktorá umožní zadať začiatočné parametre družice. Najprv ju musíte niekde umiestniť. Polohu určíte výškou nad povrchom Zeme a geografickými súradnicami miesta na Zemi, nad ktorým sa bude družica nachádzať. Umiestnite ju 300 km nad Floridu! Teraz jej musíte zadať rýchlosť. Ako viete, rýchlosť je daná nielen veľkosťou, ale aj smerom. Preto je potrebné si rýchlosť rozložiť do troch na seba kolmých zložiek. My využívame tieto smery: smer kolmo hore (od stredu

Zeme), smer na východ a smer na juh. Ich zložením dostanete výslednú rýchlosť s veľkosťou $v = \sqrt{v_{\text{hore}}^2 + v_{\text{východ}}^2 + v_{\text{juh}}^2}$.

Teraz si vymyslite nejaké hodnoty (napr. $v_{\text{hore}} = 0\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$, $v_{\text{východ}} = 5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ a $v_{\text{juh}} = 2{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$). Družica je hotová, OK! Na mapke je zobrazená červeným krúžkom. Modrá uzavretá krivka okolo nej je hranica oblasti, z ktorej je možné družicu pozorovať. Do pohybu ju uvediete stlačením ŠTART. Chyba!!! Niekde je problém. Na Slovenku je to stále tak: najprv strihám, až potom meriame :o) Nastavte rýchlosť družice tak, aby prvá slovenská družica neskončila ako MIR alebo raketoplán Challenger, ale aby obiehala po kružnicovej trajektórii! Správnosť svojho výsledku skontrolujte sledovaním zmien rýchlosti a výšky družice počas letu–nemali by sa veľmi meniť (panel pod mapkou).

Úloha 3: Bojíte sa výšok?

Pomocou appletu zistite, aký vysoký by ste museli mať rebrík, aby ste pri pohľade z jeho vrcholu nad Slovenskom mali výhľad na celú Európu!

Úloha 4: Prvá a druhá kozmická rýchlosť

Prvá kozmická rýchlosť je rýchlosť, ktorú musí mať družica, aby obiehala po kruhovej trajektórii. Ak dosiahne družica druhú kozmickú rýchlosť, dostane sa na parabolickú trajektóriu, preto sa k Zemi už nevráti. Tieto rýchlosti závisia od výšky (prečo?). Metódou pokusov a omylov nájdite veľkosti týchto rýchlostí vo výške 1 m nad povrchom Zeme [Návod: v menu NASTAVENIE/DRUŽICA nastavte výšku na 1 m, poloha φ a λ nie je podstatná. Všímajte si typ trejektórie družice v applete v paneli vpravo dole. Pre zjednodušenie nech družica letí smerom na východ (alebo na juh), ostatné zložky rýchlostí nech sú nulové.] Nájdené hodnoty porovnajte s teoretickými hodnotami.

Úloha 5: Kedy sa vráti?

To, kedy sa družica vráti (ak sa vôbec vráti) závisí od začiatočných podmienok. Teleso v radiálnom gravitačnom poli sa pohybuje iba po trajektórii tvaru kužeľosečiek. Teraz sa budeme zaoberať tým jednoduchším prípadom—trajektóriou bude elipsa. Z matematiky viete, že elipsa je uzavretá krivka. Preto by sa mala družica stále po istej dobe vrátiť na to isté miesto svojej trajektórie. Tej dobe sa hovorí perióda obehu. Nemeňte dopredu nastavené podmienky v menu NASTAVENIE (ak ste ich zmenili, tak obnovte stránku, napr. v Internet Exploreri stlačíte F5), v menu ZOBRAZIŤ zaškrtnite voľbu DRÁHA DRUŽICE a stlačte ŠTART. Nechajte družicu vykonať jeden obeh okolo Zeme (kým nebude prechádzať rovnakým smerom tou istou zemepisnou šírkou, z ktorej vyšla). Určte teraz, aká je perióda obehu družice!

Zamyslite sa teraz nad tým, prečo sa družica nevrátila na mapke na to isté miesto? V skutočnosti sa po perióde vrátila, ale vy ste sa za ten čas premiestnili, presnejšie povedané, s celou Zemou. To preto, že Zem rotuje okolo svojej osi, teda keď sa ona vráti, vy ste už trošku inde, pozeráte sa na ňu z iného miesta, a preto sa vám zdá, že nie je tam, kde by mala byť. Aké by to malo následky, keby Zem prestala rotovať okolo svojej osi (Návod: V menu ZOBRAZIŤ vypnite položku ROTÁCIA ZEME)?

Úloha 6: Triafame Madagaskar

Predstavte si, že ste výskumníkom v NASA. Poverili vás, aby ste vypočítali, akú rýchlosť a aký smer musí mať družica vo výške 500 km nad mysom Canaveral, aby po kružnicovej trajektórii pokračovala v lete nad Madagaskar.

Úloha 7: Geostacionárna družica

Istá telekomunikačná firma potrebuje na prenos informácií geostacionárnu družicu. Boli ste poverení vypracovaním projektu takejto družice. Vašou úlohou je určiť výšku nad povrchom Zeme, v ktorej bude družica obiehať a rýchlosť družice. Určte aj sklon trajektórie tejto družice voči rovine rovníka.

Úloha 8: Geostacionárna družica nad Kocúrkovom

Obyvatelia Kocúrkova, ktoré leží v strednej Európe (48°09' s.z.š; 17°07' v.z.d.), si povedali: "V tomto období sa vypúšťajú družice do vesmíru jedna za druhou. Len my sme ešte žiadnu nevypustili. Preto dajme hlavy dokopy a určite vymyslíme takú, že nám ju bude každý závidieť. A aby nám priniesla aj osoh, aby sme mohli prenášať signály a informácie, bude geostacionárna a bude nad Kocúrkovom". Kocúrkovčania družicu naozaj zhotovili a vypustili do vesmíru. Všetko robili na základe výpočtov. Zadali jej správnu výšku h = 35872 km aj rýchlosť v = 3,073 km/s. Na ich veľké prekvapenie však nezostala nad Kocúrkovom, ale akoby sa zľakla a odletela preč. Po istom čase sa však nad Kocúrkovom opäť objavila a objavovala sa nad ním v rovnakých časových odstupoch. Kocúrkovčania preto zvolali vedeckú konferenciu, na ktorú boli pozvaní najuznávanejší kocúrkovskí vedci. Konferencia mala vyriešiť túto záhadu. Po hodinách zasadania sa nakoniec všetci zhodli v tom, že družica obieha po uzavretej krivke. Na otázku, prečo družica nezostala nad Kocúrkovom, však nevedel nikto odpovedať (ak nerátame rôzne odpovede typu, že sa jej Kocúrkovo nepáči a nechce sa naňho stále pozerať a podobné odpovede príznačné pre obdobie stredoveku).

Skúste teraz pomocou appletu nasimulovať rovnakú situáciu, aká sa stala Kocúrkovčanom. Nechajte výšku a rýchlosť, ktorá platí pre geostacionárnu družicu, ale zmeňte zem. šírku (nenechajte ju nad rovníkom a časový krok dt nastavte na hodnotu 300 s). Po akej krivke sa bude družica na mapke pohybovať? Bude krivka uzavretá? Ak áno, za aký čas sa vráti družica späť nad Kocúrkovo?

Skúste teraz Kocúrkovčanom vysvetliť, kde urobili vo svojich úvahách chybu.